

**PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN A LARGO PLAZO EN  
SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA  
UTILIZANDO DESIGUALDADES VÁLIDAS.**

MARCO ALIRIO SUÁREZ GALVIS  
CC. 1.123.306.300

**Facultad de Ingenierías  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Colombia  
2019**

# **PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN A LARGO PLAZO EN SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA UTILIZANDO DESIGUALDADES VÁLIDAS.**

Presentado por:  
Marco Alirio Suárez Galvis

Presentando como requisito para optar al título de  
Ingeniero Electricista

**Director:**  
Antonio Hernando Escobar Zuluaga, Ph.D.



**Facultad de Ingenierías  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Colombia  
2019**

*Este proyecto está dedicado a mis padres Alirio y Francly, mi hermana Paola Andrea, por acompañarme y apoyarme en mi proceso de vida, gracias por el amor, paciencia y esfuerzo para que esta meta se hiciera realidad.*

## **AGRADECIMIENTOS**

- A Dios y a la Virgen por permitirme vivir y culminar esta nueva etapa de mi vida.
- Al profesor Antonio H. Escobar Zuluaga por la colaboración y acompañamiento académico ofrecido durante el desarrollo de este proyecto de grado.
- A Jisen Alejandra por su apoyo y cariño para sacar adelante este proyecto.
- A Gabriela por brindarme su hermosa amistad y enseñarme a ver las cosas de una manera diferente.



## ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCION .....	11
1.1.	Importancia del planeamiento de la expansión del sistema de transición. ....	12
1.2.	Motivación y justificación para incluir desigualdades validas al modelo disyuntivo transporte mejorado.....	13
1.3.	OBJETIVOS .....	14
1.3.1.	Objetivo general .....	14
1.3.2.	Objetivos específicos .....	14
2	ANTECEDENTES.....	15
2.1.	Modelos matemáticos utilizados en el planeamiento de sistemas de transmisión a largo plazo. ....	15
2.1.1.	Modelo de Transportes.....	15
2.1.2.	Modelo Hibrido No Lineal.....	15
2.1.3.	Modelo Hibrido Lineal.....	16
2.1.4.	Modelo DC.....	16
2.1.5.	Modelo Disyuntivo.....	16
2.1.6.	Modelo Lineal Disyuntivo Reducido .....	17
2.1.7.	Modelo Disyuntivo del Transporte .....	17
2.1.8.	Modelo Disyuntivo Transporte Mejorado.....	17
2.2.	Técnicas utilizadas en la solución del problema .....	18
2.2.1.	Técnicas exactas.....	18
2.2.2.	Técnicas Heurísticas o Sistemas Inteligentes.....	19
3	DESIGUALDADES VALIDAD - CICLOS.....	21
3.1.	Modelo transporte disyuntivo .....	21
3.2.	Modelo disyuntivo transporte mejorado.....	22
3.3.	Formulación de ciclos.....	24
3.4.	Ciclos base.....	25
3.5.	Metodología empleada .....	25
3.6.	Procedimiento para la generación de los ciclos críticos. ....	26
4	PRUEBAS Y RESULTADOS .....	27

4.1. Sistemas de prueba y soluciones de referencia.....	27
4.1.1. Sistema de prueba Sur Brasileiro .....	27
4.1.2. Sistema de prueba IEEE 118.....	36
Conclusiones .....	61
Bibliografía .....	62
Apéndice .....	64
A.1 Sistema Sur Brasileiro de 46 Barras.....	65
A.2 Sistema de prueba IEEE 118 barras. ....	69

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 . Sistema Sur Brasileiro. ....	28
Figura 2. Líneas a su límite de capacidad. ....	30
Figura 3. Sistema Sur brasileiro, Ciclos Paso I.....	32
Figura 4. Líneas a su límite de capacidad resultado del paso I.....	34
Figura 5. Sistema Sur brasileiro, Ciclos Paso II.....	35
Figura 6. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras.....	37
Figura 7. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras, con líneas adicionadas y líneas que permanecen a su máxima capacidad. ....	39
Figura 8. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso I. ....	41
Figura 9. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso II. ....	45
Figura 10. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso III. ....	47
Figura 11. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso IV. ....	50
Figura 12. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso V. ....	52
Figura 13. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso VI. ....	55
Figura 14. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso VII.....	57



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Ciclos necesarios para obtener función objetivo del sistema de prueba. ....	29
Tabla 2. Resultado de ejecutar el modelo disyuntivo transporte mejorado. ....	29
Tabla 3. Líneas a su máxima capacidad.....	31
Tabla 4. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	31
Tabla 5. Resultados de ejecutar el paso 1. ....	33
Tabla 6. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	33
Tabla 7. Resultados de ejecutar el paso 2. ....	33
Tabla 8. Resultados finales sistema sur brasilero.....	36
Tabla 9. Resultados comparativos.....	36
Tabla 10. Ciclos necesarios para obtener función objetivo del sistema de prueba. ....	38
Tabla 11. Resultados obtenidos al ejecutar el modelo DC.....	38
Tabla 12. Líneas que permanecen a su máxima capacidad.....	38
Tabla 13. Corredores adicionados con el modelo. ....	40
Tabla 14. Corredores a su máxima capacidad.....	40
Tabla 15. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	42
Tabla 16. Resultado obtenido con el modelo disyuntivo transporte mejorado. ....	43
Tabla 17. Corredores a su máxima capacidad.....	43
Tabla 18. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	44
Tabla 19. Líneas a su límite de capacidad.....	46
Tabla 20. corredores adicionados con el modelo. ....	46
Tabla 21. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	48
Tabla 22. Corredores adicionados con el modelo. ....	48
Tabla 23. Líneas a su límite de capacidad.....	49
Tabla 24. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	49
Tabla 25. Líneas a su límite de capacidad.....	51
Tabla 26. Resultado obtenido de corredores adicionados con el modelo disyuntivo transporte mejorado.....	51
Tabla 27. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	53
Tabla 28. Corredores adicionados con el modelo. ....	53
Tabla 29. Corredores sobrecargados a su máxima capacidad.....	54
Tabla 30. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	54
Tabla 31. Corredores adicionados con el modelo. ....	56
Tabla 32. Líneas a su límite de capacidad.....	56
Tabla 33. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.....	56
Tabla 34. Corredores adicionados con el modelo. ....	58
Tabla 35. Corredores sobrecargados a su máxima capacidad.....	59
Tabla 36. Resultados comparativos.....	59
Tabla 37 .Resultados de ciclos críticos del sistema IEEE 118 barras.....	59

## RESUMEN

En este proyecto investigativo se exhibe una metodología para resolver el problema del planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica considerando desigualdades válidas como restricciones en el modelo disyuntivo lineal transporte mejorado.

Como primera fase de la investigación corresponde a un estudio detallado del estado del arte de los modelos matemáticos y de las técnicas de solución, con lo cual se buscó la generación de un grupo de restricciones (ciclos) que al adicionarse al modelo matemático permitan realizar cortes en el espacio de solución y que a su vez permitan relajar la dificultad matemática para el problema mencionado, con lo cual se acede a AMPL como una herramienta computacional.

La investigación en su segunda fase, se orienta a la realización de los ensayos en los sistemas eléctricos de prueba de la literatura especializada, Sur Brasileiro e IEEE 118, de los cuales se busca un conjunto de restricciones que al ser anexadas en el modelo matemático ya mencionado y al ser comparados con el modelo Lineal Disyuntivo DC se pretende visualizar la reducción en un gran porcentaje el tiempo computacional, obtener así resultados satisfactorios.

**Palabras-clave:** Optimización, planeamiento, desigualdades validas, sistemas de transmisión, espacio de solución, modelos matemáticos.

# 1 INTRODUCCION

El planeamiento de la expansión de las redes de transmisión de energía eléctrica adquiere como objetivo principal establecer nuevas conexiones que se deben elaborar en la red de transmisión para atender los requerimientos en la demanda proyectada de tal forma que minimice la inversión, operación y suministrando eficientemente de energía eléctrica a todos los usuarios.

El sector eléctrico en los últimos años ha presentado cambios regulatorios, este tiene como propósito fundamental crear un sistema competitivo que permita la integridad del sistema sin afectar la libre competencia entre vendedores y compradores de energía eléctrica. Para la sociedad actual las redes eléctricas son de gran importancia, siendo un servicio primario que debe ser atendido para toda la población, por esta razón tener una red de transmisión óptima que permita satisfacer esta necesidad es de gran importancia. Actualmente se posee un sistema de transmisión, en el caso colombiano suficiente para atender las necesidades de potencia actuales, sin embargo, es necesario considerar que esta demanda crecerá, aparecerán nuevas ciudades o nuevas grandes industrias, siendo estas unas nuevas barras de demanda en el sistema. (Melchor, 2013)

El problema de planeamiento de la expansión del sistema de transmisión puede asumir varias formas, sin embargo, este proyecto de investigación tiene su enfoque es el planeamiento estático, el cual establece que, cuantos y donde instalar los nuevos componentes a la red. Con esto quiero decir que es de vital importancia para proporcionar un servicio de suministro de energía con buena calidad, mínimo costo, mayor seguridad y menores impactos ambientales para la comunidad.

En el sistema eléctrico de energía, cuyo modelamiento matemático corresponde a un problema de programación no lineal entera mixta, esto quiere decir que combina funciones lineales y no lineales, así como variables enteras y reales. Además, corresponde mencionar que los sistemas de transmisión son de gran tamaño, lo cual lo convierte en un problema con alta complejidad matemática.

En este proyecto de investigación se implementó una metodología que permite relajar el modelo matemático. Esta metodología esta fundamentada en teorías circuitales y que proporcionan una mejora en la eficiencia del problema de expansión de redes de transmisión de energía eléctrica. En cuanto a la unificación de estas restricciones al modelo matemático ofrece beneficios para encontrar una solución óptima. El primero y más importante es la

disminución del tiempo de cómputo requerido por las técnicas de solución para encontrar una solución a dicho problema, el segundo viene dado por la disminución en el uso de memoria.

Este proyecto investigativo plantea la siguiente estructura: Inicialmente presenta una introducción en la cual son relacionados aspectos importantes de planeamiento de los sistemas de transmisión. Se traza la importancia de realizar un planeamiento adecuado de la red de transmisión y la motivación de integrar restricciones nuevas al modelo matemático del problema de planeamiento. El apartado finaliza indicando los objetivos generales y específicos de esta investigación. En el apartado 2 presenta los antecedentes de los modelos matemáticos empleados para modelar el problema del planeamiento y las técnicas de solución aplicadas para resolverlo. El apartado 3 presenta la metodología ejecutada para la aplicación de restricciones como desigualdades validas (ciclos) sobre los modelos matemáticos del capítulo anterior. El apartado 4 muestra las pruebas y resultados logrados para la estimación de la metodología planteada. Finalmente se muestran las conclusiones.

### **1.1. Importancia del planeamiento de la expansión del sistema de transición.**

El planeamiento de la expansión de redes de transmisión a largo plazo, con el paso de los años, se ha transformado en un problema de gran trascendencia por la necesidad de tomar energía útil y transportarla a las poblaciones de forma eficiente, lo que genera un reto en la formulación de los modelos matemáticos que caracteriza los fenómenos y efectos, que suceden en un sistema de transmisión.

Sin embargo, el “planeamiento de sistemas eléctricos de potencia es un proceso a través del cual se denominan y seleccionan las mejores alternativas para la combinación generación-transmisión que permita satisfacer las exigencias de la demanda de electricidad con máximo beneficio y mínimo costo” (Escobar, Gallego, & Romero, 2010, pág. 9)

Este problema hace parte de los métodos matemáticos de optimización no lineal entero mixtos lo cual tiene una alta complejidad para converger. Por lo tanto “el modelamiento matemático ideal para indicar la operación adecuada seria la representación del problema por medio de relaciones matemáticas de flujo de carga AC” (Escobar, Gallego, & Romero, 2010), ahora bien cuando se realiza un plan de expansión del sistema de transmisión de energía eléctrica no se realiza el análisis por flujo de carga AC, en efecto a que en la literatura actual no existen la herramientas de optimización (no lineal) con las cuales se logre realizar los estudios pertinentes utilizando el flujo de carga AC.

Acerca de la solución del problema planeamiento eléctrico a largo plazo, se considera el modelo DC como el ideal, pero en el transcurso de estos últimos años este modelo ha tenido modificaciones para obtener modelos más relajados como por ejemplo: El modelo de transporte y el híbrido que son adaptaciones del modelo DC. (Escobar, Gallego, & Romero, 2010)

En cuanto a “la solución de todo problema de optimización de ingeniería eléctrica comprende la implementación de dos procesos consecutivos: modelamiento matemático y técnicas de solución seleccionada para resolver ese modelo matemático” (Escobar, Gallego, & Romero, 2010)

## **1.2. Motivación y justificación para incluir desigualdades validas al modelo disyuntivo transporte mejorado**

Una proyección del sistema de transmisión es esencial para satisfacer las necesidades energéticas del sistema eléctrico de potencia prevaleciendo buena calidad, bajo costo, mínimo riesgo y con mínimos impactos económicos y ambientales para la sociedad. Además de los aspectos mencionados se debe ofrecer un diseño del sistema de transmisión que proporcione una entera satisfacción entre comercializadores y consumidores de energía eléctrica.

Los sistemas eléctricos alrededor del mundo están incluyendo en sus estructuras: políticas regulatorias; políticas del mercado; políticas de seguridad y políticas de confiabilidad; y para todo lo anterior, ya se ven casos de sistemas que tienen en cuenta la introducción de renovables, sistemas de almacenamiento, vehículos eléctricos, entre otras tecnologías. De esta forma, se generan nuevos escenarios que crean un sistema de mayor competencia donde el problema de inversión en expansión es de suma importancia debido a que se requiere de una actualización periódica del sistema eléctrico, donde el objetivo es que se acondicione para permitir su integralidad operativa. (Gómez, 2018)

Cuando se realizan estudios de planeamiento eléctrico se analizan todas las restricciones que tiene un sistema eléctrico de potencia y a partir de estos resultados se proponen soluciones de nuevos proyectos para eliminar la restricción que produce congestión en la red. Socialmente una inversión en la expansión de la red de transmisión está económicamente justificada si el costo total asociado al congestión eliminado por la inversión, durante la vida útil de los elementos adicionados al sistema, es mayor que el costo de la propia inversión. Para encontrar un sistema eléctrico de potencia sin restricciones, es necesario

encontrar la red de transmisión óptima que no genere congestión en ningún escenario futuro factible. (Escobar Vargas, 2018)

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Resolver el modelo matemático de optimización lineal disyuntivo transporte mejorado, involucrando desigualdades validas como un conjunto de restricciones, fundamentadas en teorías circuitales y que proporcionan una mejora en la eficiencia del problema de expansión de redes de transmisión de energía eléctrica.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Realizar una revisión del estado del arte sobre características más importantes del planeamiento de la expansión a largo plazo en sistemas de transmisión de energía eléctrica involucrando desigualdades válidas como conjunto de restricciones.
- Implementar el modelo lineal disyuntivo de transporte mejorado adicionando un conjunto de ciclos, asociados a las restricciones del problema que mejoren la eficiencia computacional y que no afecten la solución óptima del problema.
- Establecer el efecto de las restricciones adicionadas en el rendimiento del método de solución del problema de la expansión a largo plazo de la red de transmisión de energía eléctrica.

## **2 ANTECEDENTES**

### **2.1. Modelos matemáticos utilizados en el planeamiento de sistemas de transmisión a largo plazo.**

El modelamiento matemático describe hipotéticamente el comportamiento de un problema de la vida real analizando la fiabilidad de expresar las técnicas de solución, en un conjunto de variables de decisión de la manera más eficiente y simplificada.

A continuación, se sugieren los modelos matemáticos que se han empleado en la literatura especializada en el paso de los últimos años y son la esencia para cualquier estudio de planeamiento. Estos modelos pueden ser localizados de forma detallada matemáticamente en (Escobar, Gallego, & Romero, 2010)

#### **2.1.1. Modelo de Transportes**

Propuesto por Garver en (Garver, 1970). “Este modelo fue desarrollado por la gran dificultad que presentaba el flujo de carga AC para converger en una solución para el sistema de transmisión en el largo plazo. Debido a este modelo se pudo realizar una distinción para los problemas operativos de las redes de transmisión y los problemas asociados al planeamiento de la transmisión, comenzando entonces una etapa de sistematización de los problemas del planeamiento” (Melchor, 2013, pág. 47).

A través del modelo de transportes se busca una configuración que produzca el menor costo de inversión en el plan de expansión satisfaciendo las condiciones de operación del sistema como la primera ley de Kirchhoff y los límites de capacidad de potencia de los circuitos y los generadores. Evidentemente, esta es una representación menos próxima al problema de la vida real ya que no considera la segunda ley de Kirchhoff (o restricción de abertura angular) como otros modelos, por ejemplo, el DC, pero permite encontrar configuraciones atractivas. Además, representa el inicio del desarrollo investigativo en el planeamiento de la transmisión. (Gómez, 2018, pág. 17)

#### **2.1.2. Modelo Híbrido No Lineal**

Este modelo, plantea que se deben satisfacer las dos leyes de Kirchhoff en la parte del sistema donde hay circuitos de la configuración base o existentes. La otra parte del sistema debe satisfacer únicamente la primera ley de Kirchhoff. Este modelo es una mezcla entre el modelo

de transportes y el modelo DC tomando ventajas de ambas formulaciones. Por un lado, el modelo de transportes presenta excelente desempeño en redes no conexas, pero las soluciones que permite hallar pueden estar muy alejadas de la solución óptima del modelo DC. Por otra parte, el modelo DC contempla las dos leyes de Kirchhoff para todo el sistema, pero puede presentar dificultades en redes no conexas. (Gómez, 2018, pág. 17)

### **2.1.3. Modelo Híbrido Lineal**

Una forma alternativa al modelo anterior es el modelo híbrido lineal. Este modelo puede ser más fácil de resolver que el presentado anteriormente porque presenta una relación lineal entre las variables. En este modelo las nuevas adiciones en los caminos donde ya existen circuitos y donde no existen deben satisfacer únicamente la primera ley de Kirchhoff. Esto es equivalente a tener dos redes superpuestas donde la red original existente en la configuración base debe cumplir las dos leyes de Kirchhoff y los nuevos circuitos adicionados deben cumplir solamente la primera ley de Kirchhoff. (Gómez, 2018, pág. 18)

### **2.1.4. Modelo DC**

Este modelo, considerado como ideal en planeamiento de sistemas de transmisión, es una generalización del flujo de carga DC. Este modelo ha sido ampliamente usado a través del tiempo para resolver el problema de planeamiento. Se ha combinado con técnicas metaheurísticas como el algoritmo genético y el algoritmo de colonia de hormigas, donde se le propone una opción de solución a ser evaluada en un proceso iterativo; de esta forma, con la propuesta de líneas en el interior del modelo, el modelo en sí mismo se convierte en lineal. Caso contrario, si no se tiene una propuesta de solución, el modelo es no lineal. En este modelo todos los nodos del sistema deben satisfacer la primera ley de Kirchhoff y todos los lazos deben satisfacer la segunda ley de Kirchhoff. (Gómez, 2018, pág. 18)

### **2.1.5. Modelo Disyuntivo**

El modelamiento considerado como ideal es el denominado modelo DC, que es un problema de programación no lineal entero mixto; sin embargo, el modelo DC es posible transformarlo a un problema equivalente cuyo modelamiento es un “modelo lineal”. Es posible transformar un problema no lineal cuadrático en un problema lineal con variables binarias y reales; esto se logra usando una transformación que permite separar los términos cuadráticos en relaciones lineales. Este proceso es obtenido incorporando al problema un parámetro  $M$  muy grande por medio del cual se logra representar la segunda ley de Kirchhoff en dos partes para cada posible adición en un tramo de red.



El modelo lineal disyuntivo presenta algunas ventajas y desventajas, la principal ventaja es que convierte a un problema no lineal en un problema lineal y su desventaja está relacionada con el aumento de la dimensión del problema debido a la introducción de un gran número de variables binarias que depende del tamaño del sistema y el número máximo de líneas que se tienen posibles como adición en cada corredor. Otra desventaja es la selección del parámetro  $M$ , ya que representa un factor que puede producir inestabilidad numérica en la solución del modelo lineal disyuntivo. (Gómez, 2018, pág. 18)

#### **2.1.6. Modelo Lineal Disyuntivo Reducido**

El modelo disyuntivo lineal reducido es la mejor versión de la literatura especializada para resolver el problema de planificación de la expansión de la transmisión. Como en el caso anterior, es un MILP. En el modelo disyuntivo lineal reducido, el número de restricciones y el número de variables se reducen con respecto al modelo disyuntivo lineal. En el modelo disyuntivo lineal reducido cada variable binaria  $W_{ij,k}$  activa  $2^{k+1}$  en consecuencia, la cantidad de circuitos agregados depende del valor de las variables binarias en cada problema. (Escobar Vargas, 2018, pág. 35)

#### **2.1.7. Modelo Disyuntivo del Transporte**

Uno de los modelos más utilizados para resolver el problema de TEP es el modelo de transporte, es también la forma más sencilla de representar el sistema de transmisión y fácil de resolver, en este caso el SKL no se utiliza, esa es la razón principal por la que incluso los problemas de gran tamaño obtienen una solución en un período de tiempo relativamente corto, en algunos casos en una reducción de días a minutos. En esta versión disyuntiva, usamos variables binarias para las opciones de inversión y las restricciones disyuntivas. (Escobar Vargas, 2018)

#### **2.1.8. Modelo Disyuntivo Transporte Mejorado**

Tomando como referencia el modelo de transporte disyuntivo, implementamos un nuevo conjunto de restricciones que tratan de emular el comportamiento de la segunda ley de Kirchhoff, solo para circuitos paralelos, sin utilizar la SLK. Esto se logra obligando a que el flujo de potencia activa se distribuya equitativamente entre circuitos conectados en paralelo. Puede ser obvio que los circuitos de igual reactancia, conectados en paralelo, transportan igual flujo de potencia, sin embargo, en el modelo de transporte tradicional, las soluciones presentan diferentes flujos en este caso. Esto se debe a que el modelo de transporte tradicional no incluye el SKL. El modelo de transporte disyuntivo mejorado presentado en este trabajo es una versión relajada del modelo disyuntivo lineal. (Escobar Vargas, 2018)

En el modelo de transporte disyuntivo mejorado, la ecuación establece una relación entre el flujo de potencia activa de los circuitos existentes y el flujo de potencia activa de los circuitos adicionados al corredor. Esta restricción disyuntiva garantiza que los flujos de potencia se distribuirán equitativamente entre los circuitos existentes y los circuitos candidatos, conectados en paralelo, entre los buses  $i$  y  $j$ . (Escobar Vargas, 2018)

Este modelo produce la misma solución óptima que el modelo de transporte tradicional, pero presenta flujos de potencia activa con un comportamiento más cercano al del sistema de la vida real, y se utilizará para guiar el proceso de generación de ciclos angulares.

## **2.2. Técnicas utilizadas en la solución del problema**

### **2.2.1. Técnicas exactas**

#### *Programación lineal*

Un aspecto de la planificación a largo plazo de los sistemas de energía eléctrica implica la exploración de varios diseños para la red de transmisión de energía. Se presenta el uso de la programación lineal para el análisis de redes, para determinar dónde se requieren nuevas inversiones. (Garver, 1970)

#### *Programación no lineal*

Para poder resolver un problema de PNL (Programación No Lineal) que contiene restricciones no lineales convexas, es necesario transformarla en un conjunto de aproximaciones lineales, sin embargo, en muchos casos se tienen restricciones no lineales que no son convexas (NLNC), por lo que llevar a cabo una linealización de esta podría terminar por recortar un área de la región factible y por lo tanto se podría también ver afectado el valor óptimo de la función objetivo. (Huertas, Cerda, & Avalos, 2018)

#### *Programación lineal entera*

De acuerdo a CHOI (2005) citado en Escobar (2018) “se resuelve un método para la planificación de la expansión del sistema de transmisión considerando los criterios de confiabilidad probabilísticos utilizando la programación de enteros” (pag.19).

### *Programación Lineal entera mixta*

En (ALGUACIL; MOTTO; CONEJO, 2003) citado Escoba (2018) “presenta un enfoque de PLEM (Programación Lineal Entera Mixta) para la solución del problema de planificación de la expansión de la transmisión a largo plazo. El problema es a gran escala, entero mixto, no lineal y no convexo. La formulación lineal de enteros mixtos considera las pérdidas.” (pag.19).

### *Programación Estocástica*

(SERNA; DURAN; CAMARGO, 1978) señala que “el problema de planificación de la transmisión se resuelve utilizando un algoritmo que minimiza el costo de inversión y la reducción de la carga. Las líneas y los generadores están conectados y desconectados usando valores probabilísticos y las otras variables toman valores aleatorios.” (Escobar Vargas, 2018)

## **2.2.2. Técnicas Heurísticas o Sistemas Inteligentes**

### *Funciones de sensibilidad*

De acuerdo a Monticelli (1982) “se establece el criterio de mínimo esfuerzo, que es un índice de sensibilidad para seleccionar líneas importantes en el sistema en el planeamiento estático”. En (Pinto, 1985) “se compara la eficiencia de los índices de sensibilidad y capacidad de suministro de demanda, en el planeamiento estático”. (Gómez, 2018).

### *Algoritmos Genéticos (AG)*

Por otro lado, el algoritmo genético se caracteriza por imitar los procesos naturales, procesos de búsqueda y optimización que tienen origen en la inspiración del mundo biológico. Este método permite la generación de poblaciones mediante operadores genéticos, creando poblaciones aleatorias cada vez de mejor calidad. (Jiménez, Arango, & Jiménez, 2016)

### *Simulated Annealing (SA)*

En (Rubén Romero et al., 1996) se resuelve el problema con enfoque en planeamiento estático y se obtienen buenos resultados para sistemas tan complejos como el conocido Nordeste de Brasil. En (Moya, 2009) se incorpora una búsqueda local en la calibración de

parámetros del SA, más específicamente en la temperatura, resolviendo el planeamiento estático.

### *Búsqueda Tabú*

La búsqueda tabú es una metaheurística que guía un procedimiento heurístico de búsqueda local en la búsqueda de optimalidad global. Su filosofía se basa en explorar y explotar una colección de estrategias inteligentes para la resolución de problemas, basadas en procedimientos implícitos y explícitos de aprendizaje. (Melián & Glover)

### *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)*

Un algoritmo de tipo *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) es una metaheurística iterativa multiarranque que en cada iteración realiza dos fases perfectamente definidas. La primera de ellas construye una solución factible al problema, adicionando uno a uno los elementos según un criterio de utilidad asignado a cada elemento. La segunda fase optimiza mediante la exploración del vecindario de soluciones hasta caer en un óptimo local. (Caballero & Alvarado, 2010)

### 3 DESIGUALDADES VALIDAD - CICLOS

Empleando el modelo de transporte disyuntivo mejorado y un conjunto de restricciones asociadas se adicionan ciclos críticos al sistema que reemplazarán la segunda ley de Kirchhoff del modelo DC.

El modelo tiene como resultado, la misma solución óptima con menos esfuerzo computacional en sistemas de mediana complejidad. Inicialmente, se resuelve el modelo de transporte mejorado. Luego se identifican los corredores existentes que tienen sus flujos de energía a su máxima capacidad. Con este conjunto de corredores, se crearán las nuevas restricciones, usándolas como parte de un ciclo o una trayectoria cerrada que debe cumplir dos condiciones: debe incluir el corredor identificado en el nuevo ciclo que lo asocia con los corredores que están conectados cerca de él, y crea un ciclo con los corredores que tienen la suma más pequeña de producto entre la reactancia y flujo máximo (ciclo crítico).

Los ciclos críticos encontrados se agregan al modelo de transporte disyuntivo mejorado, y el problema se resuelve nuevamente, repitiendo el proceso anterior hasta que no aparezcan corredores en su límite superior o corredores candidatos recientemente agregados en la solución del modelo de transporte mejorado. Si un circuito aparece en su límite superior en diferentes etapas del proceso, se agrega el siguiente ciclo crítico que lo contiene. Este procedimiento nos permite identificar los ciclos más críticos y encontrar la solución óptima obtenida con el modelo DC, sin incluir la segunda ley de Kirchhoff. (Escobar Vargas, 2018, pág. 41)

#### 3.1. Modelo transporte disyuntivo

Uno de los modelos más empleados cuando resolvemos el problema de expansión en el planeamiento de la transmisión es el modelo de transporte, es también el camino más simple para representar el sistema de transmisión y es más fácil de resolver. En este caso la segunda ley de Kirchhoff no es usada, ese ha sido la principal razón por la que incluso problemas de gran tamaño tuvieron una solución en tiempo relativamente bajo. En esta versión disyuntiva, se usan variables binarias de inversión que determinan la adición de algún circuito en el sistema base y restricciones disyuntivas (Escobar Vargas, 2018).

$$Min = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k \in \Gamma} \omega_{ij,k} \quad (1)$$

s. a

$$\sum_{(p,i) \in \Omega_1} \left( f_{pi}^0 + \sum_{k \in \Gamma} f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left( f_{pi}^0 + \sum_{k \in \Gamma} f_{pi,k} \right) + g_i = d_i \quad (2)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{i,j} \in \Omega \quad (3)$$

$$|f_{ij,k}| \leq \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma \quad (4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (5)$$

$$\sum_{k \in \Gamma} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (6)$$

$$\omega_{ij,k-1} \geq \omega_{ij,k} \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (7)$$

$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i$  Irrestringido

### 3.2. Modelo disyuntivo transporte mejorado

Es un nuevo modelo, que tiene como resultado la misma solución que el modelo de transporte disyuntivo, además permite disminuir el esfuerzo computacional a la hora de resolver el problema de planeamiento de la expansión para sistemas eléctricos complejos. Se toma como referencia el modelo de transporte disyuntivo, se implementa un nuevo conjunto de restricciones que incluye parcialmente el efecto de la segunda ley de Kirchhoff para circuitos existentes y nuevos adicionados a la red base.

Las restricciones presentes en el modelo son las siguientes: La segunda ley de Kirchhoff para circuitos existentes y nuevos adicionados, la sumatoria flujos de potencia se realiza en cada uno de los  $n$  nodos del sistema eléctrico, de igual manera se incluyen los límites de capacidad de cada circuito y de generación en cada nodo. Al ser un modelo disyuntivo se trabaja con variables binarias, las cuales indican la adición de un nuevo circuito a la topología actual, es decir si  $k$  equivale a '1' representa un circuito nuevo en el corredor  $i-j$ , por el contrario, si  $k$

es ‘0’ no representa ninguna adición, se debe cumplir que para corredor  $i$ - $j$  hay un número determinado de circuitos existentes y nuevos. (Escobar Vargas, 2018)

$$Min = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} \sum_{k \in \Gamma} \omega_{ij,k} \quad (8)$$

s. a

$$\sum_{(p,i) \in \Omega_1} \left( f_{pi}^0 + \sum_{k \in \Gamma} f_{pi,k} \right) - \sum_{(i,j) \in \Omega} \left( f_{pi}^0 + \sum_{k \in \Gamma} f_{pi,k} \right) + g_i = d_i \quad (9)$$

$$|f_{ij}^0 - n_{ij}^0 f_{ij,1}| \leq M(1 - \omega_{ij,1}) \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma, n_{ij}^0 > 0 \quad (10)$$

$$|f_{ij,k} - f_{ij,k-1}| \leq M(1 - \omega_{ij,k}) \quad \forall (i,j) \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (11)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall_{i,j} \in \Omega \quad (12)$$

$$|f_{ij,k}| \leq \omega_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma \quad (13)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (14)$$

$$\sum_{k \in \Gamma} \omega_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (15)$$

$$\omega_{ij,k-1} \geq \omega_{ij,k} \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma, k > 1 \quad (16)$$

$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i$  Irrestringido

En el modelo de transporte disyuntivo mejorado, la ecuación (10) constituye una correlación entre el flujo de potencia activa de los circuitos actuales y el flujo de potencia activa del primer circuito candidato del corredor, para cada corredor de transmisión:

$$-M(1 - \omega_{ij,k}) \leq f_{ij}^0 - n_{ij}^0 f_{ij,1} \leq M(1 - \omega_{ij,1}) \quad \forall_{i,j} \in \Omega, k \in \Gamma, n_{ij}^0 \geq 1$$

Esta restricción disyuntiva garantiza que los flujos de potencia se distribuirán por igual entre los circuitos existentes y la primera opción de inversión de los circuitos de expansión, conectados en paralelo, entre los buses  $i$  y  $j$ . La ecuación (11) constituye una relación entre

el flujo de potencia activa de los circuitos candidatos en paralelo, para cada corredor de transmisión:

$$-M(1 - \omega_{ij,k}) \leq f_{ij,k} - f_{ij,k-1} \leq M(1 - \omega_{ij,1}) \quad \forall_{ij} \in \Omega, k \in \Gamma, k \geq 1$$

### 3.3. Formulación de ciclos

Empleando el modelo de transporte disyuntivo mejorado y una serie de restricciones asociadas con los ciclos críticos de la red que reemplazarán la segunda ley de Kirchhoff del modelo DC. El nuevo modelo tiene, como resultado, la misma solución óptima con menos esfuerzo computacional en sistemas complejos:

**Paso 1:** Se resuelve el modelo de transporte mejorado;

**Paso 2:** Se identifican circuitos existentes que tienen sus flujos de potencia activa en su máxima capacidad o circuitos adicionados en corredores nuevos;

**Paso 3:** Se crean nuevas restricciones (ciclos), de tal forma que se asocian varios elementos que hacen parte de una trayectoria cerrada que debe cumplir dos condiciones: debe incluir el circuito identificado en el paso 2 y el ciclo debe cerrarse usando los datos de los circuitos que tienen la suma más pequeña de productos: flujo de potencia activa por reactancia.

Los ciclos críticos encontrados se agregan al modelo de transporte disyuntivo mejorado, y el problema se resuelve nuevamente, repitiendo el proceso anterior hasta que no aparezcan corredores en su límite superior o corredores candidatos recientemente agregados en la solución del modelo de transporte mejorado. Si un circuito aparece en su límite máximo en diferentes etapas del proceso, se agrega el siguiente ciclo crítico que lo contiene. Este procedimiento nos permite identificar los ciclos más críticos y encontrar la solución óptima obtenida con el modelo DC, sin incluir el SKL. La parte más importante de esta formulación son los ciclos agregados a ellos (Escobar Vargas, 2018).

Aplicando la teoría de grafos, que nos orientará hacia la definición del ciclo. Un gráfico  $G$  no orientado es un par  $(V, E)$ , donde  $V$  es un conjunto finito y  $E$  es una familia de pares de elementos de  $V$ . Los elementos de  $V$  se denominan nodos o vértice y los elementos de  $E$  se denominan trayectorias o corredores de  $G$ . Dado un corredor conectado entre dos vértices  $i$  y  $j$ ,  $i, j \in V$ , con  $i \neq j$ , denotamos este corredor por  $(i, j)$ . Por lo tanto, para un corredor  $e = (i, j) \in E$ ,  $i$  y  $j$  se denominan puntos finales o vértice final. En el mismo punto, decimos que el corredor incide en los vértices  $i$  y  $j$ . Del mismo modo, decimos que el vértice  $i$  es adyacente al vértice  $j$ . El grado de un vértice en un gráfico no orientado es el número de enlaces incidentes en él, que indicaremos como grado  $(i_q)$  (Escobar Vargas, 2018).



### 3.4. Ciclos base

Sea  $G = (V, E)$  un grafo no orientado con  $m$  enlaces y  $n$  vértice. Por lo tanto, un ciclo de  $G$  es un subgrafo de  $G$ . El vector espacial generado por los vectores incidentes de ciclos se denomina espacio de ciclos de  $G$ , que tiene el formato:

$$m - n + \alpha(G)$$

Donde  $m$  es el número de enlaces en  $G$ ,  $n$  es el número de nodos o vértice y  $\alpha(G)$  es el número de componentes relacionados de  $G$ . Para el conjunto máximo de ciclos linealmente independientes se denominan ciclos básicos.

El conjunto de ciclos máximos linealmente independientes es llamados ciclos bases, la cantidad de ciclos bases resultantes para determinada topología, está dada por la siguiente expresión:

$$N = m - m + 1$$

Donde  $m$  es el número de enlaces en la solución final de  $G$ ,  $n$  es el número de nodos o vértice en la solución final  $G$  y  $\alpha(G) = 1$  porque en la solución final todos los elementos conforman un único grafo, en el problema del planeamiento del sistema eléctrico.

### 3.5. Metodología empleada

Para solucionar el problema de expansión de redes de transmisión a largo plazo, se tomó la metodología de reemplazar la segunda ley de Kirchhoff por el concepto de ciclos críticos.

Un ciclo se denomina ciclo crítico si cumple una de las dos condiciones siguientes:

- Se registran circuitos con flujo de potencia activa a su máxima capacidad de transmisión, donde los ciclos se crean con circuitos existentes y / o candidatos, y la suma del producto de la reactancia y el flujo de potencia sea mínima.
- Presenta circuitos en los corredores de expansión, los ciclos se forman con circuitos existentes y / o candidatos, y la suma del producto de la reactancia y el flujo de potencia sea mínima.
- Dado que los ciclos críticos reemplazan el efecto de SKL, en el TEP, los pesos en cada línea están asociados con la diferencia de ángulo de bus  $(\Theta_i - \Theta_j)$  de los corredores del sistema de potencia. Si  $C$  es un ciclo crítico del sistema, entonces:

$$-M(R - z) \leq \sum_{(i,j) \in \Omega_a} \frac{f_{i,j}^0}{n_{i,j}^0} x_{i,j} + \sum_{(i,j) \in \Omega_b} f_{i,j} x_{i,j} \leq M(R - z) \quad (17)$$

Donde  $\Omega_a \in \mathbb{C}$ ,  $\Omega_b \in \mathbb{C}$  y  $\Omega_a$  es el subconjunto de pares de índices que representa los circuitos existentes en la ruta denominada  $p$  en la red  $G$ ,  $\Omega_b$  es el subconjunto de pares de índices que representan circuitos en corredores de expansión en la ruta denominada  $p$  en la red  $G$ ,  $R$  es el número de corredores de expansión incluidos en la ruta  $p$  en la red  $G$ , y  $z$  es la suma de las variables binarias asociadas con la primera opción de inversión de los corredores de expansión incluidos en la ruta. (Escobar Vargas, 2018)

### 3.6. Procedimiento para la generación de los ciclos críticos.

A continuación, se establece el ciclo que contiene estos circuitos y es un ciclo con una suma mínima de productos reactancia-flujo de potencia. Estos ciclos, denominados ciclos críticos, se agregan al modelo de transporte disyuntivo mejorado y el proceso se repite hasta que no aparezcan nuevos circuitos en su límite máximo o no se agreguen más circuitos a corredores de expansión.

Como ejemplo, en el sistema de prueba del sur de Brasil, uno de los ciclos asume la siguiente estructura:

$$\left(\frac{f_{12}^0}{n_{12}^0}\right) x_{12} + \left(\frac{f_{25}^0}{n_{25}^0}\right) x_{25} + \left(\frac{f_{58}^0}{n_{58}^0}\right) x_{58} - \left(\frac{f_{78}^0}{n_{78}^0}\right) x_{78} - \left(\frac{f_{17}^0}{n_{17}^0}\right) x_{17} = 0$$

Eso corresponde a la sucesión de elementos que unen los vértices:  $\langle 1,2,5,8,7,1 \rangle$  y la secuencia de corredores asociados al ciclo es:  $\{(1,2), (2,5), (5,8), (8,7), (7,1)\}$ . Los términos positivos corresponden a circuitos que tienen la misma orientación del ciclo y los negativos a los enlaces que tienen orientación opuesta al ciclo.

Cuando los ciclos críticos incluyen circuitos en los corredores de expansión, la forma general de la ecuación (17) implica restricciones disyuntivas. Para el sistema de prueba del sur de Brasil, uno de los ciclos que involucran los nuevos corredores corresponde a la sucesión de enlaces a través de los nodos  $\langle 5,11,46,19,18,14,9,5 \rangle$ . Este ciclo asume la siguiente estructura:

$$\left| (f_{5-6,1}) \cdot x_{5-6} + (f_{6-46,1}) \cdot x_{6-46} - \left(\frac{f_{19-46}^0}{n_{19-46}^0}\right) x_{19-46} - \left(\frac{f_{18-19}^0}{n_{18-19}^0}\right) x_{18-19} - \left(\frac{f_{14-18}^0}{n_{14-18}^0}\right) x_{14-18} - \left(\frac{f_{9-14}^0}{n_{9-14}^0}\right) x_{9-14} - \left(\frac{f_{5-9}^0}{n_{5-9}^0}\right) x_{5-9} \right| \leq M(2 - \omega_{5-6,1} - \omega_{6-46,1})$$

## 4 PRUEBAS Y RESULTADOS

La investigación se encamina a la identificación de una serie de restricciones (ciclos que abarquen la menor trayectoria) que sustituyan la segunda ley de Kirchhoff, que al adicionarse al modelo matemático permitan relajar la complejidad matemática para dichos problemas, en efecto se obtendrá un menor tiempo computacional y un menor consumo de memoria. Se pretende implementar dos tipos de sistemas de prueba diferentes con la finalidad de observar el rendimiento del modelo al adicionar las restricciones. El efecto es reducir el tamaño del espacio de soluciones y, consecuentemente, reducir el esfuerzo computacional necesario para encontrar la solución óptima.

Para la determinación de estos ciclos se adoptó un algoritmo que inicia ejecutando el modelo matemático de optimización lineal disyuntivo de transporte mejorado. Sobre esta base se realiza un análisis para cada circuito en su límite superior. Posteriormente, con cada uno de estos circuitos se construyen ciclos críticos. Cabe resaltar que para calcular la distancia angular asociada a cada corredor se calcula el producto entre el flujo máximo (i-j) y reactancia (i-j). Esta es una *distancia* límite para cada corredor.

En particular, para este sistema fue necesario utilizar circuitos que se encuentran al límite de su capacidad, con las cuales ya se habían creado ciclos cortos en pasos anteriores, con cada uno de estas se creó un ciclo diferente. Esto debido a que son circuitos en paralelo que no tienen la misma reactancia y por lo tanto una restringe la operación de la otra, lo cual implica que no sea posible que llegue a su máxima capacidad transmisión.

Se desarrolló una metodología para realizar estas desigualdades validas siguiendo unos parámetros ya mencionados, pero, además es guiada mediante un criterio heurístico que busca relajar el modelo matemático y así reemplazar la segunda ley de Kirchhoff, todo esto basados en la teoría de grafos.

Por último, se ejecutaron los ensayos en los sistemas eléctricos de prueba de la literatura especializada, Sur Brasileiro e IEEE 118, de los cuales se obtuvieron un conjunto de restricciones que al ser ejecutadas en el modelo matemático ya mencionado y al ser comparados con el modelo Lineal Disyuntivo DC se logra visualizar que se reduce en un gran porcentaje el tiempo computacional, obteniendo así resultados satisfactorios.

### 4.1. Sistemas de prueba y soluciones de referencia

#### 4.1.1. Sistema de prueba Sur Brasileiro

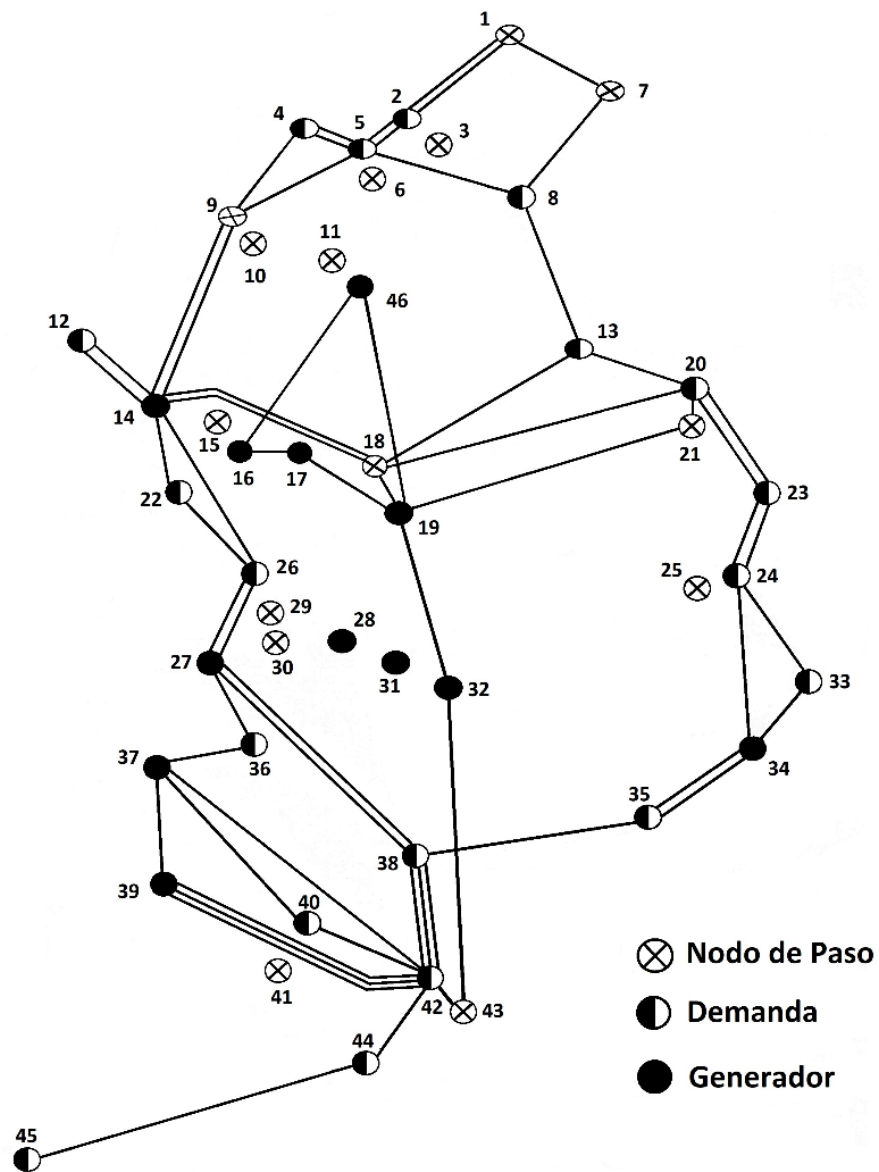


Figura 1 . Sistema Sur Brasileiro.

El sistema Sur Brasileiro está conformado por 46 nodos y 79 líneas candidatas. Es uno de los sistemas de prueba de la literatura especializada más utilizados por ser un sistema de tamaño mediano y con una dificultad media. Se tuvo en cuenta que se realizan ciclos solo con líneas que se encuentran a su máxima capacidad, las cuales pueden contener más de una de estas líneas, mas no se puede repetir trayectorias con líneas que ya se hayan creado ciclos.

Teniendo en cuenta la teoría de grafos podemos obtener el número de ciclos que son necesarios para obtener el valor de la función objetivo deseada.

Tabla 1. Ciclos necesarios para obtener función objetivo del sistema de prueba.

<b>RED BASE SUR</b>	
Sin agregar corredores	Agregando los corredores 5-6 y 6-46
47 corredores existentes 79 corredores en total	47 corredores existentes 79 corredores en total
Nodos existentes: 35 Nodos totales: 46	Enlaces: $47 + 2 = 49$ Nodos: $35 + 1 = 36$
<b># ciclos = <math>47 - 35 + 1 = 13</math></b>	<b># ciclos = <math>49 - 35 + 1 = 14</math></b>

#### 4.1.1.1. Paso I

Se ejecuta el modelo lineal disyuntivo transporte mejorado, el cual arroja como resultado los flujos por cada corredor del sistema eléctrico sur brasilero, además se buscó observar líneas que estén a su máxima capacidad.

Tabla 2. Resultado de ejecutar el modelo disyuntivo transporte mejorado.

<b>RESULTADO</b>		
Inversión total 53334.00	Líneas adicionadas	
	33 – 34	1
	20 – 21	2
	42 – 43	1
	5 – 11	2
	11 – 46	1

Teniendo identificadas las líneas que están en su límite de capacidad de transmisión de flujo de potencia activa, se procede con estas líneas a busca crear trayectorias cerradas que contengan el menor número de líneas. El Sistema sur brasilero se caracteriza por tener nodos desconectados, los cuales para este problema en específico los corredores nuevos se agregan así no estén sobrecargados con la restricción disyuntiva.

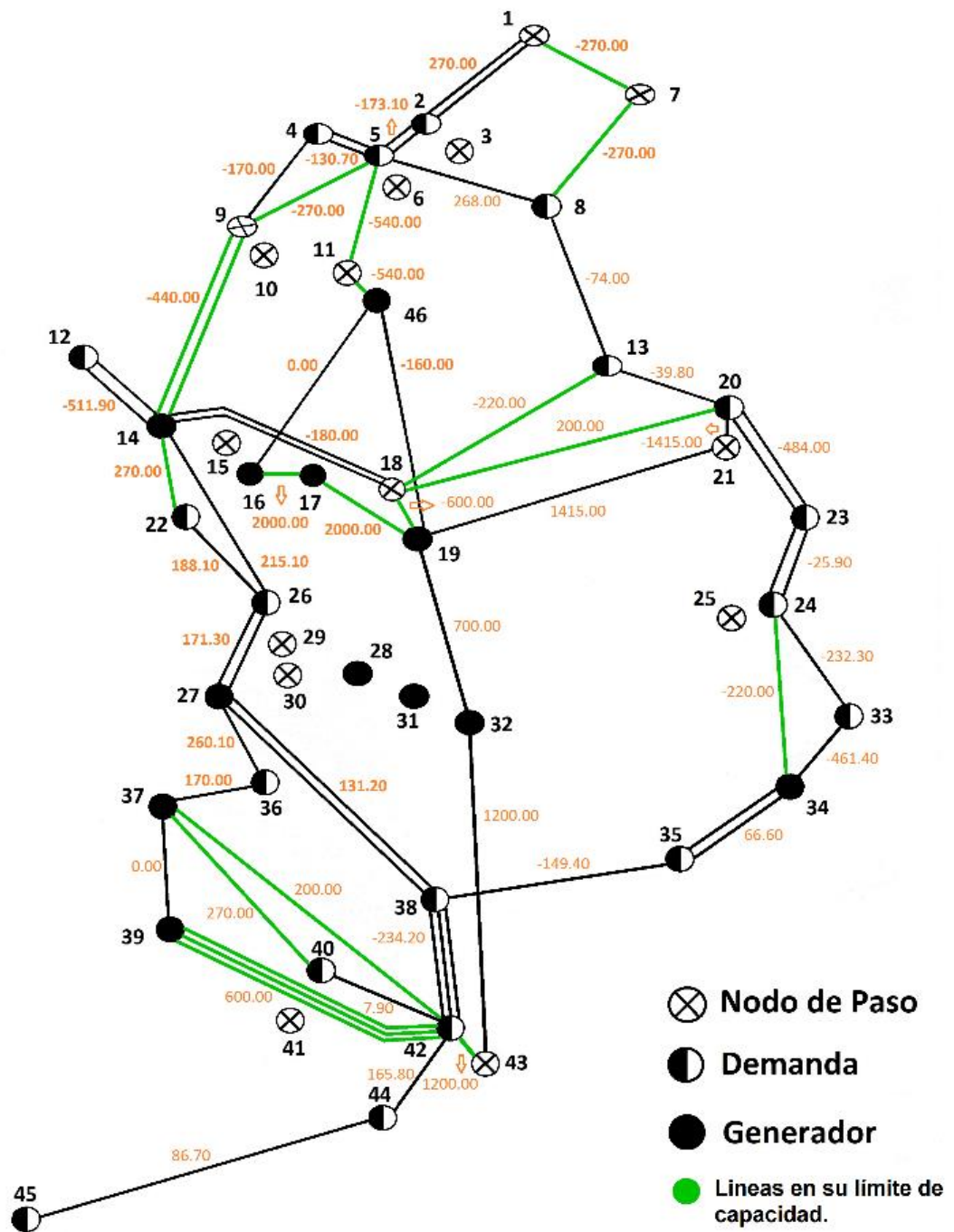


Figura 2. Diagrama unifilar del sistema Sur Brasileiro de 46 barras con líneas a su límite de capacidad.

Tabla 3. Líneas a su máxima capacidad.

<b>Corredor existente</b>	<b>Flujos por corredor</b>
1 – 7	270.00
7 – 8	270.00
5 – 9	270.00
9 – 14	440.00
14 – 22	270.00
16 – 17	2000.00
17 – 19	2000.00
13 – 18	220.00
18 – 20	200.00
18 – 19	600.00
24 – 34	220.00
37 – 42	200.00
37 – 40	270.00
39 – 42	600.00
42 – 43	1200.00
<b>Corredor nuevo</b>	<b>Flujos por corredor</b>
5 – 11	540.00

Nota: se obtuvieron 12 ciclos como resultado del primer paso. Los cuales se describen a continuación y cabe aclarar que se enumeran sin tener en cuenta ningún criterio. Se enumeran al azar.

Tabla 4. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>
1	(1-7) (7-8)	1-7-8-5-2-1
2	(5-9)	4-5-9-4
3	(16-17) (17-19)	16-46-19-17-16
4	(13-18) (18-20)	13-20-18-13
5	(14-22)	14-26-22-14
6	(24-34)	24-33-34-24
7	(37-42) (37-40)	37-42-40-37
8	(39-42)	37-42-39-37
9	(42-43)	18-19-32-43-42-38-27-26-14-18
10	(9-14)	5-8-13-18-14-9-5
12	(18-19)	18-20-21-19-18
<b>Restricción disyuntiva</b>		
11	(5-11)	4-5-11-46-19-18-14-9-4

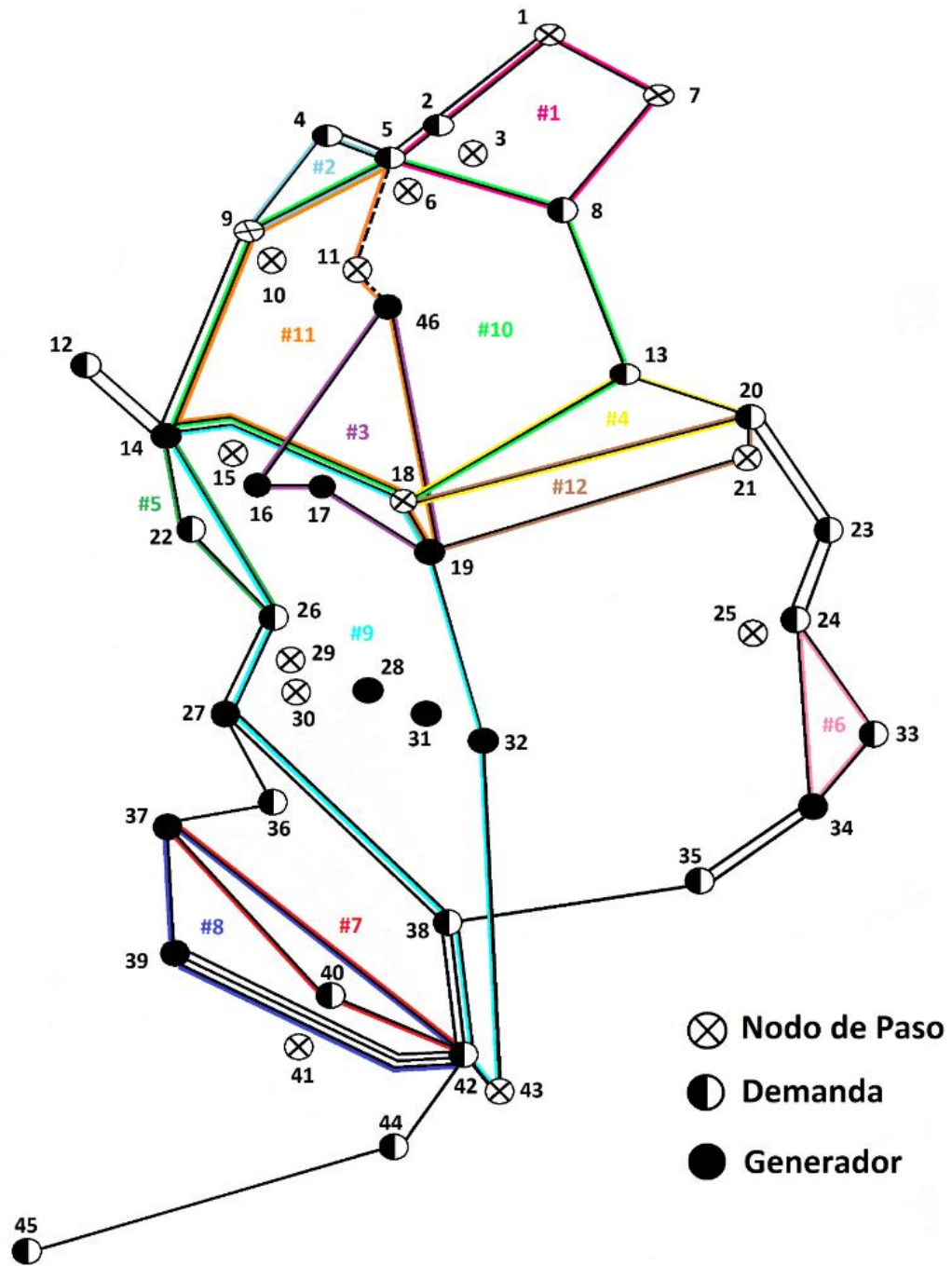


Figura 3. Diagrama unifilar del sistema Sur Brasileiro de 46 barras con ciclos del Paso I



#### 4.1.1.2. Paso II

Ya ingresados los ciclos del paso 1 al modelo, se ejecutó y se observa las líneas que se encuentran a su límite de capacidad de flujo de potencia activa, solo se crearán ciclos con las líneas que estén a su máxima capacidad pero que anteriormente no hayan sido tomados. Y el resultado que se obtuvo fue el siguiente.

Tabla 5. Resultados de ejecutar el paso 1.

RESULTADO			LÍNEAS A SU LIMITE	
Inversión total 67506.00	Líneas adicionadas		<b>corredor existente</b>	<b>flujos por corredor</b>
	24 – 34	1	14 – 26	220.00
	20 – 21	2	17 – 19	2000.00
	42 – 43	1	18 – 20	200.00
	5 – 6	2	37 – 40	270.00
	6 – 46	1		

Como se había mencionado anteriormente con los corredores nuevos se crean ciclos así las líneas no estén a su valor máximo de capacidad, por lo tanto, para este segundo paso solo son necesarios dos ciclos que se describen a continuación.

Tabla 6. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

ID	Corredor	Trayectoria Cerrada
13	(14-26) (18-20)	18-20-23-24-34-35-38-27-26-14-18
<b>Restricción disyuntiva</b>		
14	(17-19) (5-6) (6-46)	4-5-6-46-19-18-14-9-4

Ya ingresados los ciclos #13 y #14 al modelo, ejecutamos y volvemos a observar las líneas sobrecargadas. Como resultado obtenemos los siguientes datos:

Tabla 7. Resultados de ejecutar el paso 2.

RESULTADO			LÍNEAS SOBRECARGADAS	
Inversión total 72870.00	Líneas adicionadas		<b>corredor existente</b>	<b>flujos por corredor</b>
	2 – 5	1	25 – 34	220.00
	13 – 20	1	17 – 19	2000.00
	20 – 23	1	18 – 19	600.00
	20 – 21	2	37 – 40	270.00
	42 – 43	1		
	6 – 46	1		
	5 – 6	2		

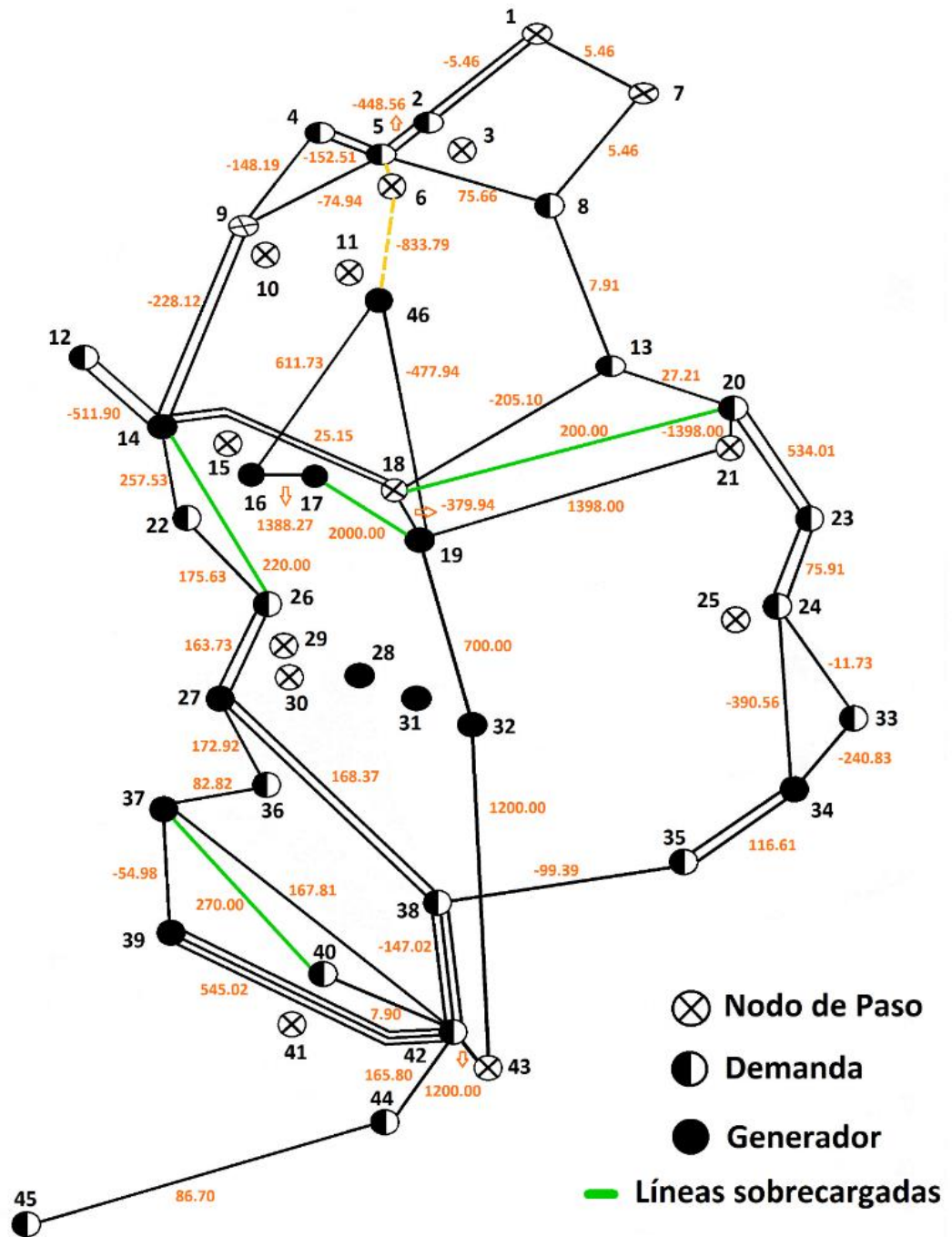


Figura 4. Diagrama unifilar del sistema Sur Brasileiro de 46 barras con líneas a su límite de capacidad resultado del paso I

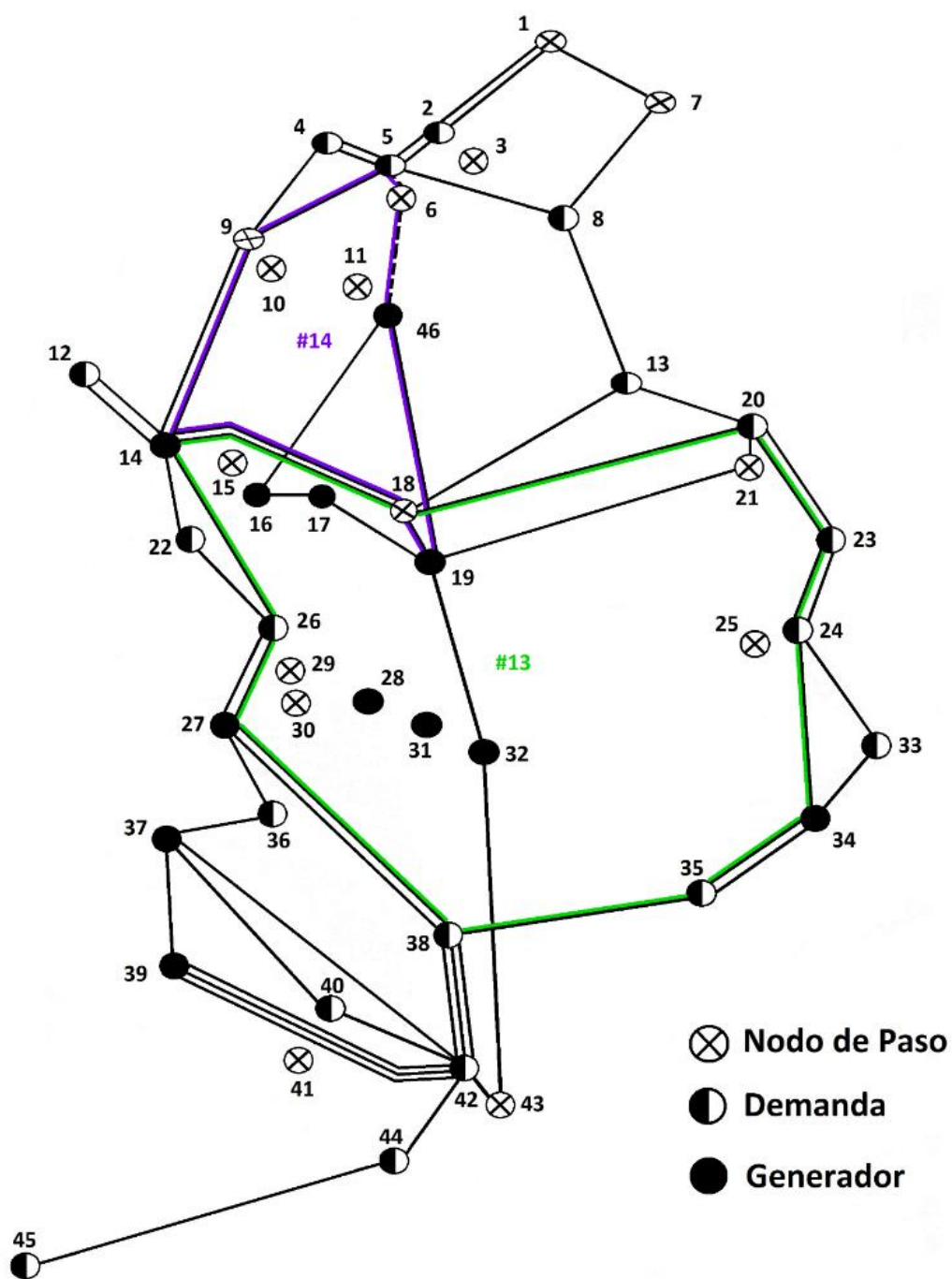


Figura 5. Diagrama unifilar del sistema Sur Brasileiro de 46 barras con Ciclos del Paso II

**Nota:** Se pudo observar en el procedimiento que hay líneas que permanecen sobrecargadas durante el desarrollo de este algoritmo, lo cual se pudo decir que son corredores críticos para el sistema eléctrico.

Se finaliza el algoritmo debido a que no hay líneas sobrecargadas con las cuales se puede seguir creando ciclos, puesto que las que arrojó como resultado el modelo ya fueron tomadas anteriormente.

Del sistema sur brasilero se obtiene una totalidad de 14 ciclos de los cuales 3 ciclos son redundantes, por lo tanto, solo para llegar a la respuesta de la función objetivo de 12870.00 fueron necesarios 11 ciclos. Los ciclos redundantes fueron #7, #8 y #11.

Tabla 8. Resultados finales sistema sur brasilero.

<b>Pruebas con ciclos redundantes</b>	<b>Ticks</b>	<b>Segundos</b>
Con todos los 14 ciclos.	779.96	2.03
Sin el ciclo # 11	560.68	1.56
Sin los ciclos #7 y #8	640.51	1.70
Sin los ciclos #7, #8 y #11	577.29	1.34

Tabla 9. Resultados comparativos.

<b>MODELO LINEAL DISYUNTIVO DC</b>		<b>MODELO LINEAL DISYUNTIVO TRANSPORTE MEJORADO</b>	
<b>Ticks</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Ticks</b>	<b>Tiempo (s)</b>
--	9.52	779.96	2.03

#### 4.1.2. Sistema de prueba IEEE 118

EL caso de prueba IEEE 118-bus representa una aproximación simple del sistema American Electric Power (en el medio oeste de EE. UU.) A partir de diciembre de 1962. Este sistema IEEE 118-bus contiene 118 buses, 184 branches, 54 thermal units y 91 loads. Los límites de la línea MVA no formaban parte de los datos originales y están compuestos. Como un caso de prueba, fueron creados y se suministran en el anexo 1.

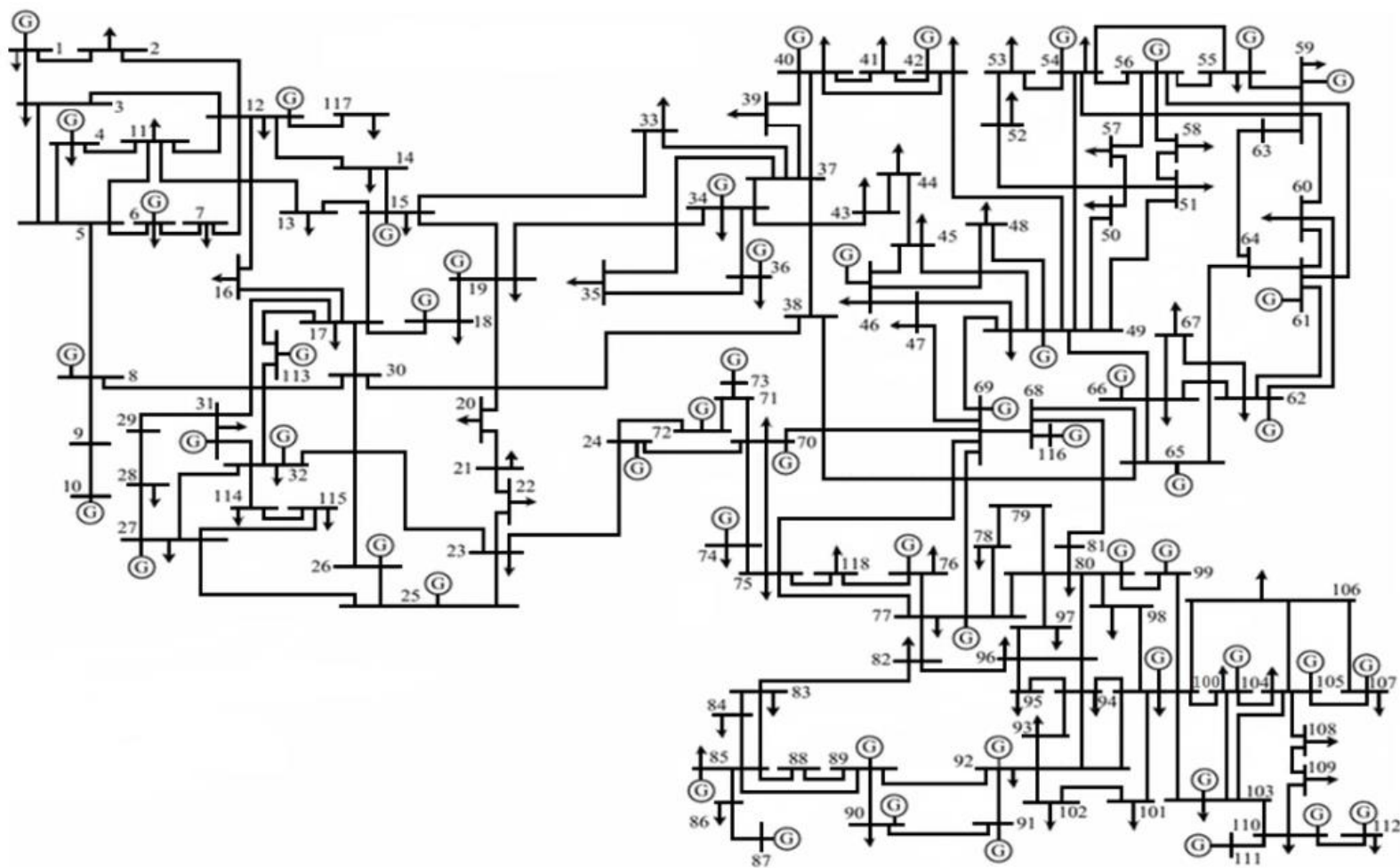


Figura 6. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras.

Tabla 10. Ciclos necesarios para obtener función objetivo del sistema de prueba.

<b>RED BASE IEEE 118</b>
184 corredores existentes
Nodos existentes: 118
<b># ciclos = <math>184 - 118 + 1 = 64</math></b>

Se ejecutó el modelo disyuntivo tradicional DC, debido a que es el modelo más adecuado para representar el problema de planeamiento largo plazo de la red de transmisión, por lo tanto, se consideró como el modelo ideal. Lo cual es de gran ayuda para comprar los resultados obtenidos con el modelo de transporte mejorado.

Tabla 11. Resultados obtenidos al ejecutar el modelo DC.

<b>Modelo disyuntivo DC</b>		
<b>Inversión total 226.0644</b>	<b>Líneas instaladas</b>	
	3 – 5	1
	5 – 6	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	25 – 27	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	37 – 38	1
	38 – 65	1
	64 – 65	1
	65 – 66	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1
	17 – 113	1

Tabla 12. Líneas que permanecen a su máxima capacidad.

<b>Corredores</b>	
126	127
132	174

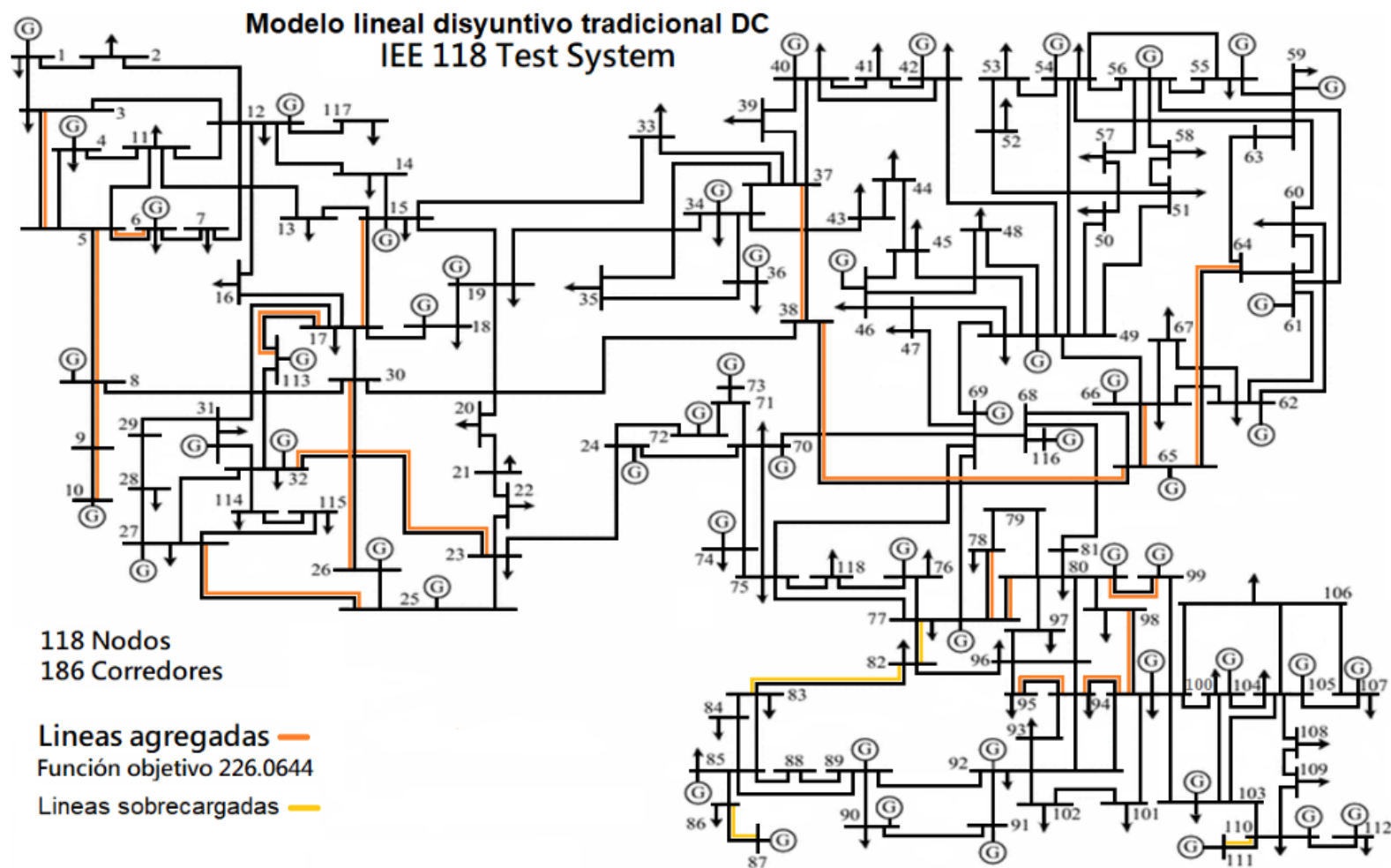


Figura 7. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras, con líneas adicionales y líneas que permanecen a su máxima capacidad.

De igual manera se realizó el análisis del sistema utilizando el modelo disyuntivo transporte mejorado, el cual para llegar a la respuesta obtenida anteriormente es necesario realizar una serie de pasos que a continuación explicaremos en detalle:

#### 4.1.2.1. Paso I

Se ejecuta el modelo lineal disyuntivo transporte mejorado en AMPL el cual utiliza a CPLEX 12.7.1.0 como solver, el cual nos arroja los flujos por cada corredor del sistema eléctrico de prueba IEEE 118, además se buscó observar líneas que estén a su máxima capacidad.

Tabla 13. Corredores adicionados con el modelo.

<b>Inversión total 99.45</b>	<b>Líneas instaladas</b>	
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	77 – 78	1
	80 – 99	3
	98 - 100	1

Tabla 14. Corredores a su máxima capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>				
4	48	78	114	143
10	51	84	115	146
11	55	89	117	147
14	57	90	118	148
15	58	91	119	151
19	62	92	121	153
21	67	93	127	159
23	68	96	129	163
29	69	98	132	165
34	70	102	133	166
41	73	103	136	168
42	74	104	138	172
43	76	108	139	174
47	77	113	142	179



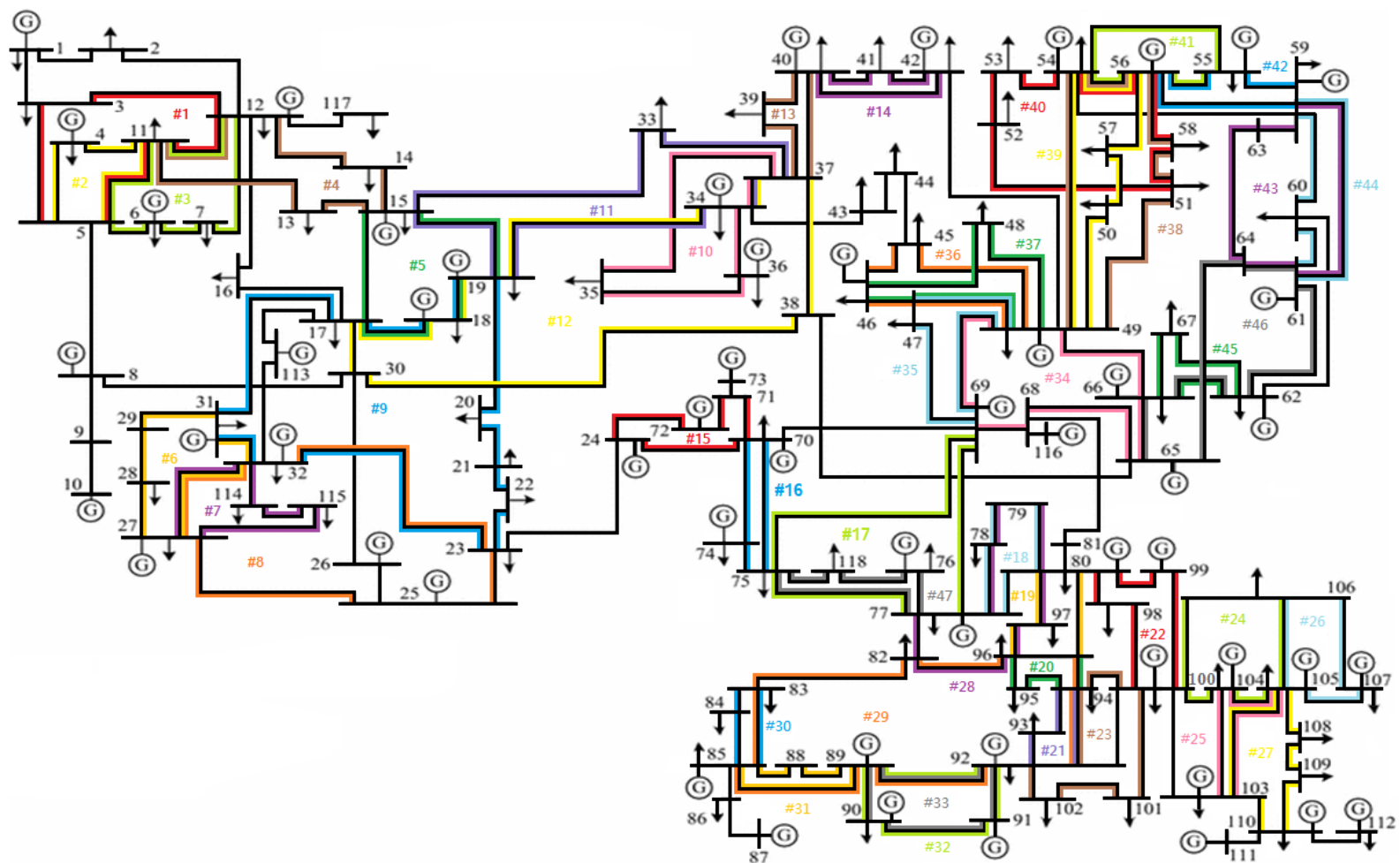


Figura 8. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso I.

Teniendo identificados los corredores que están a su máxima capacidad, se buscó crear trayectorias cerradas (ciclos), que contengan el menor número de líneas. Figura 8

**Nota:** se obtuvieron 47 ciclos como resultado del primer paso. Los cuales se describen a continuación y hay que aclarar que se enumeraron sin tener en cuenta ningún criterio. Se enumeran al azar.

Tabla 15. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL.

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>	<b>F * X</b>
1	(3-12) (3-5)	3-5-11-12-3	62,27
2	(4-11) (5-11)	4-5-11-4	27,97
3	(7-12)	5-6-7-12-11-5	34,41
4	(14-15)	11-12-14-15-13-11	105,49
5	(15-17) (17-18)	15-17-18-19-15	46,22
6	(27-28) (31-32)	27-28-29-31-32-27	67,70
7	(27-32) (27-115)	27-32-114-115-27	38,71
8	(23-32)	27-32-23-25-27	150,85
9	(22-23)	17-18-19-20-21-22-23-32-31-17	158,35
10	(35-37)	35-37-34-36-35	19,88
11	(33-37)	15-19-34-37-33-15	101,45
12	(37-38)	17-18-19-34-37-38-30-17	113,00
13	(39-40)	39-40-37-39	58,54
14	(41-42) (40-42)	40-41-42-40	64,18
15	(70-71)	24-70-71-72-24	144,02
16	(74-75) (70-75)	70-74-75-70	54,94
17	(69-75) (69-77)	69-75-77-69	113,66
18	(77-78) (77-80)	77-78-79-80-77	42,98
19	(80-96)	80-96-97-80	63,69
20	(94-96)	94-95-96-94	32,38
21	(92-93) (92-94)	92-93-94-92	55,30
22	(80-99)	80-99-100-98-80	105,66
23	(92-102) (94-100)	92-94-100-101-102-92	89,27
24	(100-106)	100-104-105-106-100	91,97
25	(104-105) (103-104)	103-104-105-103	62,78
26	(105-107)	105-106-107-105	73,63
27	(103-110)	103-105-108-109-110-103	90,85
28	(82-96)	77-78-79-80-97-96-82-77	76,91
29	(82-83)	82-83-85-89-92-94-96-82	140,90
30	(83-85)	83-84-85-83	60,22
31	(85-88)	85-88-89-85	83,73

32	(89-92) (139) (90-91)	89-90-91-92-89	111,99
33	(89-90) (136)	89-90-91-92-89	156,14
34	(65-68)	65-68-69-49-66-65	147,60
35	(47-69) (49-69)	47-49-69-47	116,26
36	(45-49) (45-46)	45-46-47-49-45	89,45
37	(48-49)	46-47-49-48-46	75,09
38	(49-51) (49-54)	49-54-56-58-51-49	105,72
39	(49-50)	49-54-56-57-50-49	105,77
40	(53-54)	51-52-53-54-56-58-51	91,41
41	(54-56) (55-56) (54-55)	54-55-56-54	16,68
42	(56-59)	55-56-59-55	84,34
43	(59-63) (63-64)	59-63-64-61-59	68,95
44	(60-61) (60-62) (61-62)	60-61-62-60	23,15
45	(62-66)	62-66-67-62	76,39
46	(64-65)	61-62-66-65-64-61	91,73
47	(75-77)	75-77-76-118-75	52,92

#### 4.1.2.2. Paso II

Se ingresaron los (ciclos) como restricciones del paso 1 al modelo, se ejecutó y se vuelve a observar las líneas sobrecargadas y el resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 16. Resultado obtenido con el modelo disyuntivo transporte mejorado.

<b>Inversión total</b> 132.59	<b>Líneas instaladas</b>	
	3 – 5	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	77 – 78	1
	80 – 99	4
	98 – 100	1

Tabla 17. Corredores a su máxima capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>			
2	5	38	83
86	87	95	112
124	125	145	167

<b>Corredores viejos</b>			
19	41	42	58
70	77	103	119
127	132	153	174

Se identificaron las líneas que se encuentran a su máxima capacidad en este paso, con estas líneas se buscó crear ciclos que contengan el menor número de líneas. Pero se observó que hubo líneas que se volvieron a sobrecargar del paso 1 y por lo tanto se crearon ciclos diferentes para estas, sin importar que la distancia de la trayectoria cerrada sea mayor. Se obtuvieron 20 ciclos como resultado del segundo paso. Los cuales se describen a continuación.

Tabla 18. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>	<b>F * X</b>
48	(1-3)	1-2-12-3-1	63,68
49	(26-30)	23-25-26-30-17-31-32-23	182,23
50	(70-74)	69-70-74-75-77-69	143,48
51	(38-65)	37-39-40-42-49-66-65-38-37	250,15
52	(68-81) (80-81)	68-69-77-78-79-80-81-68	83,51
53	(105-106)	100-103-105-106-100	104,34
54	(54-59) (55-59)	55-56-54-59-55	82,21
55	(59-60)	59-60-61-59	58,38
56	(94-95)	94-95-96-97-80-98-100-94	109,39
57	(5-6)	4-5-6-7-12-11-4	38,5
58	(14-15)	12-14-15-17-16-12	114,47
59	(31-32)	27-28-29-31-32-114-115-27	79,99
60	(41-42)	34-37-39-40-41-42-49-45-44-43-34	243,21
61	(49-51)	49-50-57-56-58-51-49	106,99
62	(54-56)	54-56-59-54	83,63
63	(47-69)	46-48-49-69-47-46	169,47
64	(77-78)	77-78-79-80-77	71,23
65	(82-83)	82-83-85-89-92-93-94-96-82	140,9
66	(94-100)	92-93-94-100-101-102-92	89,27
67	(23-32)	23-25-27-115-114-32-23	163,14

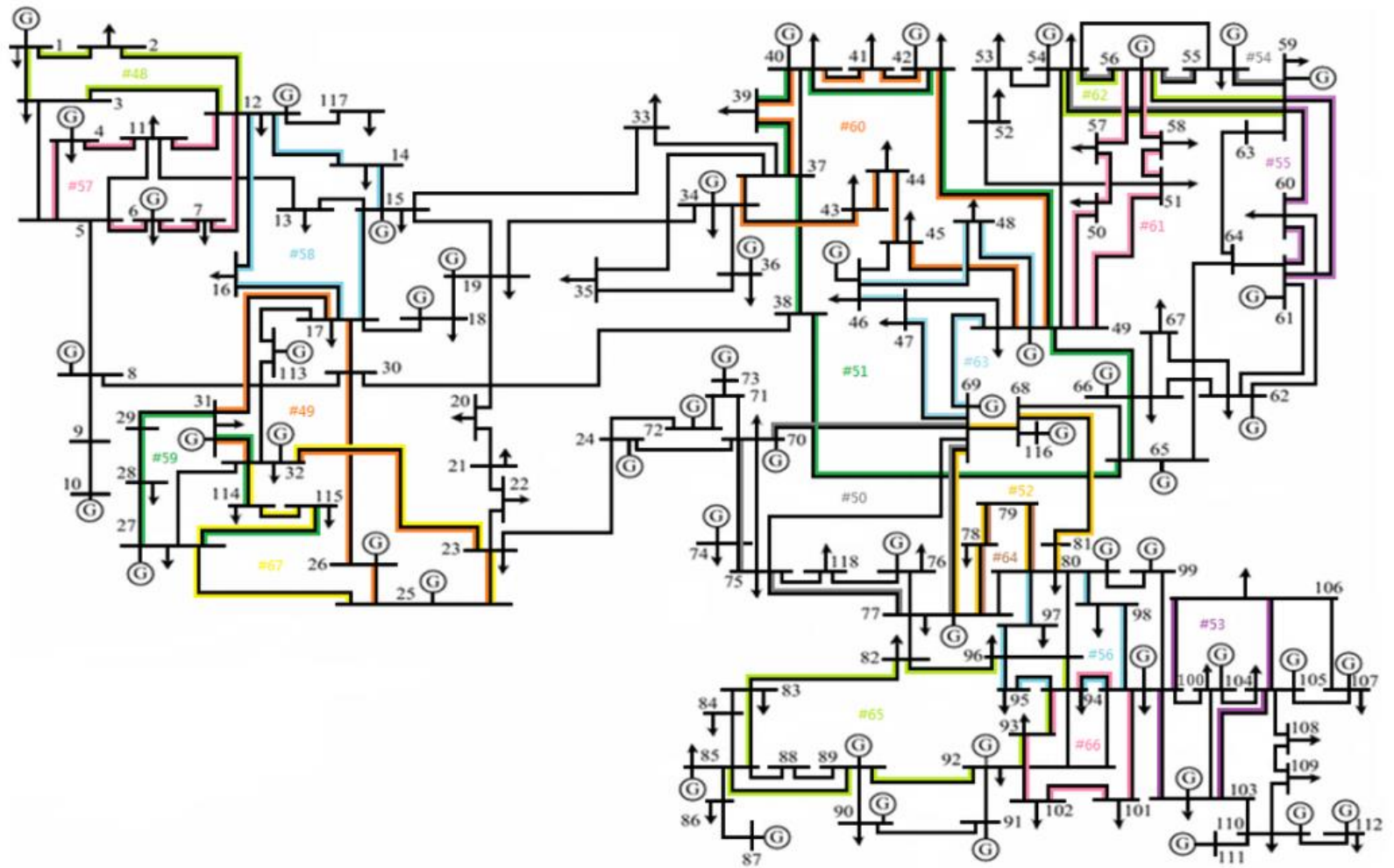


Figura 9. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso II.

### 4.1.2.3. Paso III

Se ingresaron los (ciclos) como restricciones del paso 2 al modelo, se ejecutó y se vuelve a observar las líneas sobrecargadas y el resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 19. Líneas a su límite de capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>	
156	
<b>Corredores viejos</b>	
5	23
77	92
93	108
129	132
153	174

Tabla 20. corredores adicionados con el modelo.

<b>Inversión total 180.25</b>	<b>Líneas instaladas</b>	
	3 – 5	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	37 – 38	1
	38 – 65	1
	64 – 65	1
	65 – 68	1
	77 – 78	1
	77 – 82	1
	82 – 83	1
	83 – 85	1
	94 – 95	1
	80 – 99	2
	94 – 100	1

Se obtuvieron 8 ciclos como resultado del tercer paso. Los cuales se describen a continuación.

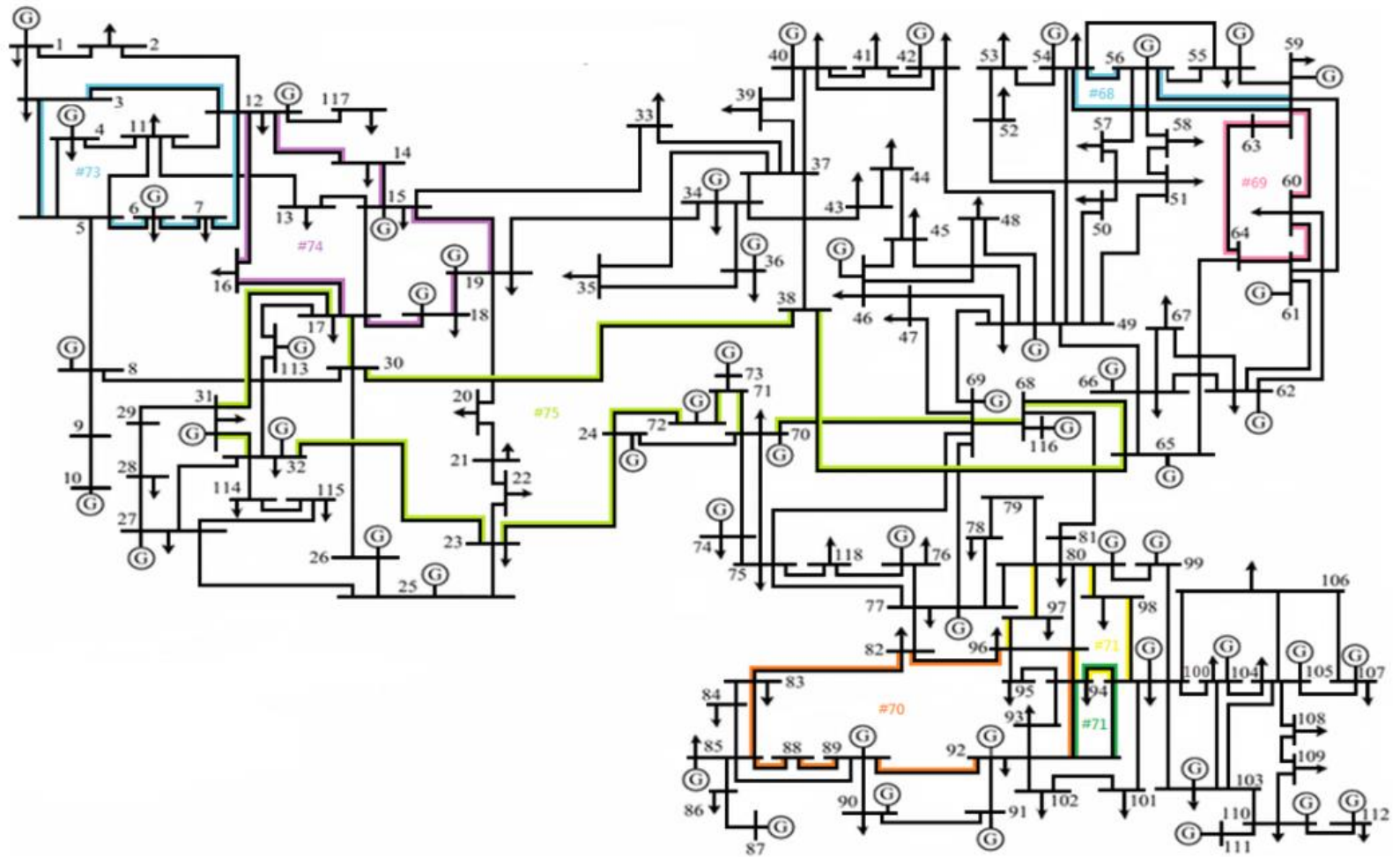


Figura 10. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso III.

Tabla 21. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

ID	Corredor	Trayectoria Cerrada	F * X
68	(54-56)	54-56-59-54	85,73
69	(59-63) (63-64)	59-60-61-64-63-59	19.864
70	(83-85)	82-83-85-88-89-92-94-96-82	164,07
71	(94-100)	92-94-100-92	89,43
72	(98-100)	80-98-100-94-96-97-80	107,43
73	(5-6)	(3-5-6-7-12-3)	65,93
74	(17-18)	12-16-17-18-19-15-14-12	116,99
75	(70-71)	17-30-38-65-68-69-70-71-72-24-23-32-31-17	309,5

#### 4.1.2.4. Paso IV

Se ingresaron las desigualdades validas o trayectorias cerradas como restricciones del paso 3 al modelo en AMPL, se ejecutó y se observó que persisten líneas sobrecargadas tanto viejas como nuevas, también se observó que a medida que incrementan los pasos la función objetivo aumenta, pero disminuyen los corredores nuevos. El resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 22. Corredores adicionados con el modelo.

Inversión total 185.22	Líneas instaladas	
	3 – 5	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	37 – 38	1
	38 – 65	1
	64 – 65	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1



Se generaron 6 ciclos como resultado del cuarto paso. Los cuales se describen a continuación.

Tabla 23. Líneas a su límite de capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>	
126	
<b>Corredores viejos</b>	
5	42
77	102
132	142
174	

Tabla 24. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>	<b>F * X</b>
76	(31-32)	17-31-32-113-17	151,36
77	(5-6)	1-3-5-6-7-12-2-1	73,62
78	(54-56)	54-56-59-55-54	93,64
79	(65-68)	65-68-69-47-49-66-65	150,46
80	(93-94)	92-93-94-100-92	89,43
81	(77-82)	77-82-96-97-80-77	114,28

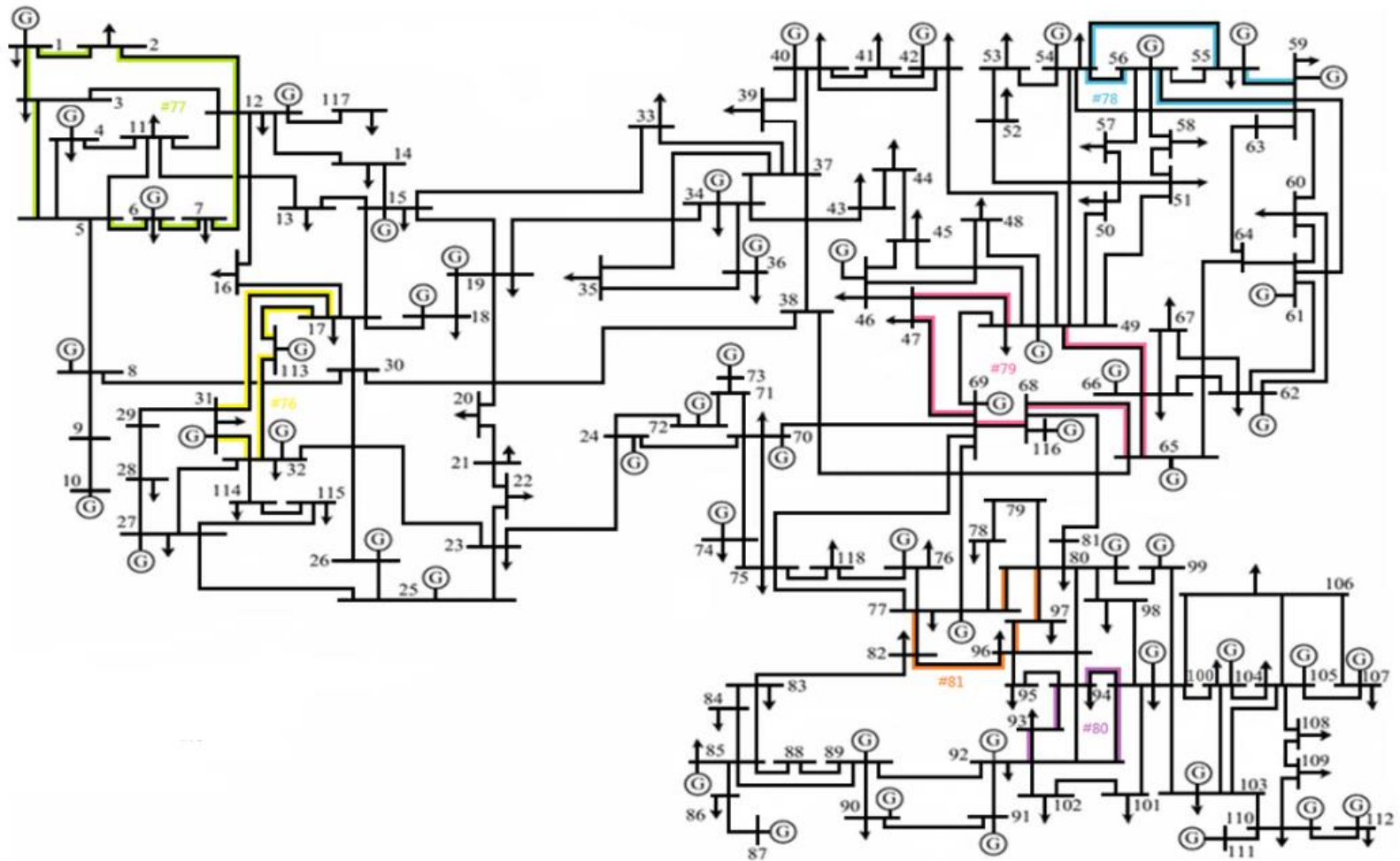


Figura 11. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso IV.

#### 4.1.2.5. Paso V

Se ingresaron las trayectorias cerradas como restricciones del paso 4 al modelo en AMPL, se ejecutó y el resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 25. Líneas a su límite de capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>	
116	
<b>Corredores viejos</b>	
5	77
92	93
126	142
132	174

Tabla 26. Resultado obtenido de corredores adicionados con el modelo disyuntivo transporte mejorado

<b>Inversión total</b> 205.6444	<b>Líneas instaladas</b>	
	3 – 5	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	25 – 27	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	37 – 38	1
	38 – 65	1
	64 – 65	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1
	17 – 113	1

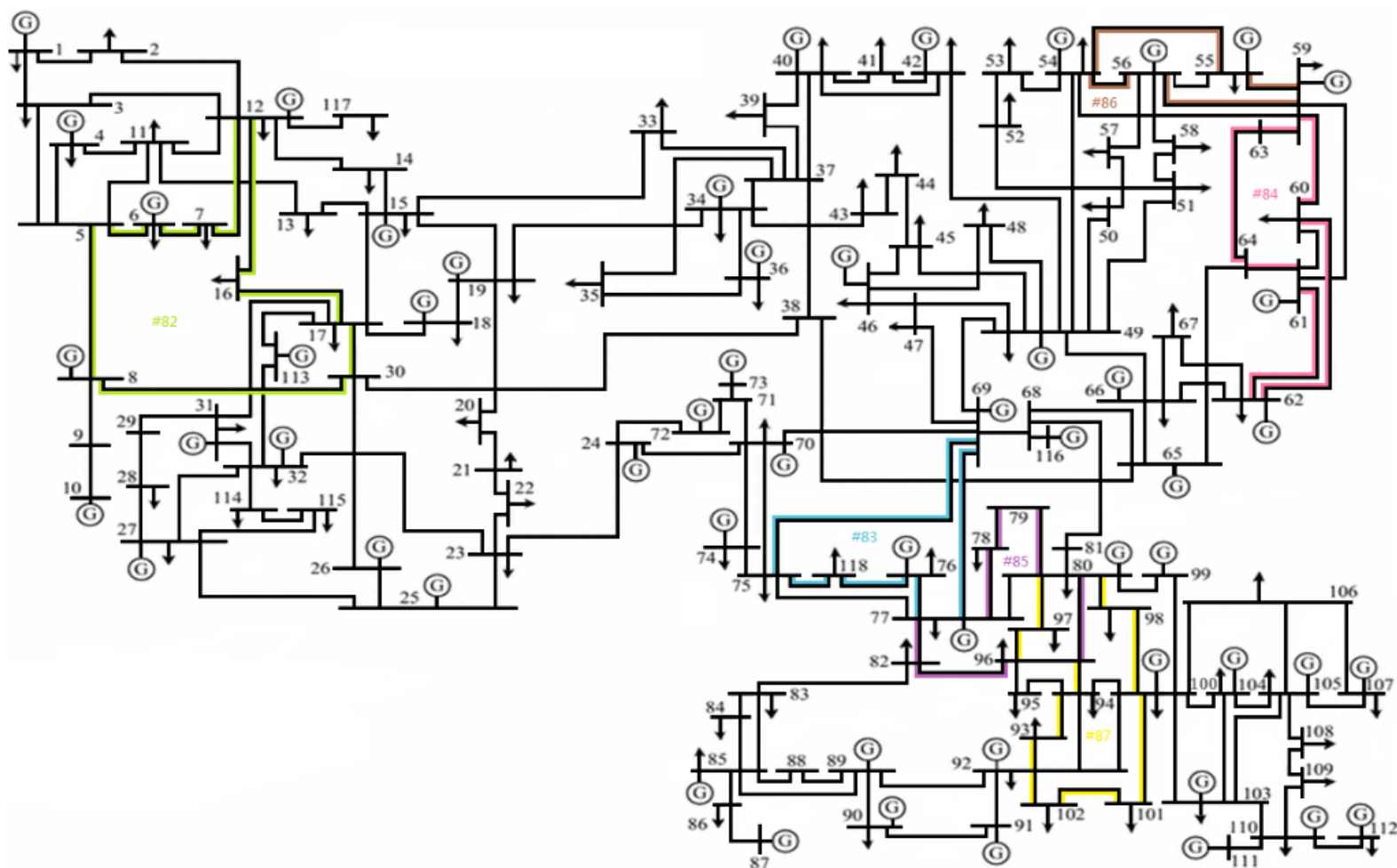


Figura 12. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso V.

Tabla 27. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

ID	Corredor	Trayectoria Cerrada	F * X
82	(5-6)	5-6-7-12-16-17-30-8-5	106,73
83	(76-77)	69-75-118-76-77-69	122,52
84	(59-63) (63-64)	59-63-64-61-62-60-59	84,48
85	(77-82)	77-78-79-80-96-82-77	89,24
86	(54-56)	54-56-59-55-54	95,74
87	(92-93)	92-93-94-96-97-80-98-100-101-102-92	176,40

#### 4.1.2.6. Paso VI

Se ingresaron las trayectorias cerradas como restricciones del paso 5 al modelo en AMPL, se ejecutó y el resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 28. Corredores adicionados con el modelo.

	Líneas instaladas	
<b>Inversión total</b> 219.2494	3 – 5	1
	5 – 6	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	25 – 27	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	37 – 38	1
	38 – 65	1
	64 – 65	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1
	17 – 113	1

Tabla 29. Corredores sobrecargados a su máxima capacidad

<b>Corredores viejos</b>	
70	126
77	127
116	142
174	

Tabla 30. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>	<b>F * X</b>
88	(54-56)	54-56-59-63-64-65-66-49-54	95,74
89	(82-83)	82-83-85-89-92-93-94-95-96-82	194,70
90	(92-93)	82-83-85-89-92-93-94-96-82	107,43
91	(77-82)	77-82-96-97-80-77	110,68
92	(76-77)	69-70-75-118-76-77-69	149,70
93	(49-51)	49-51-52-53-54-49	134,81

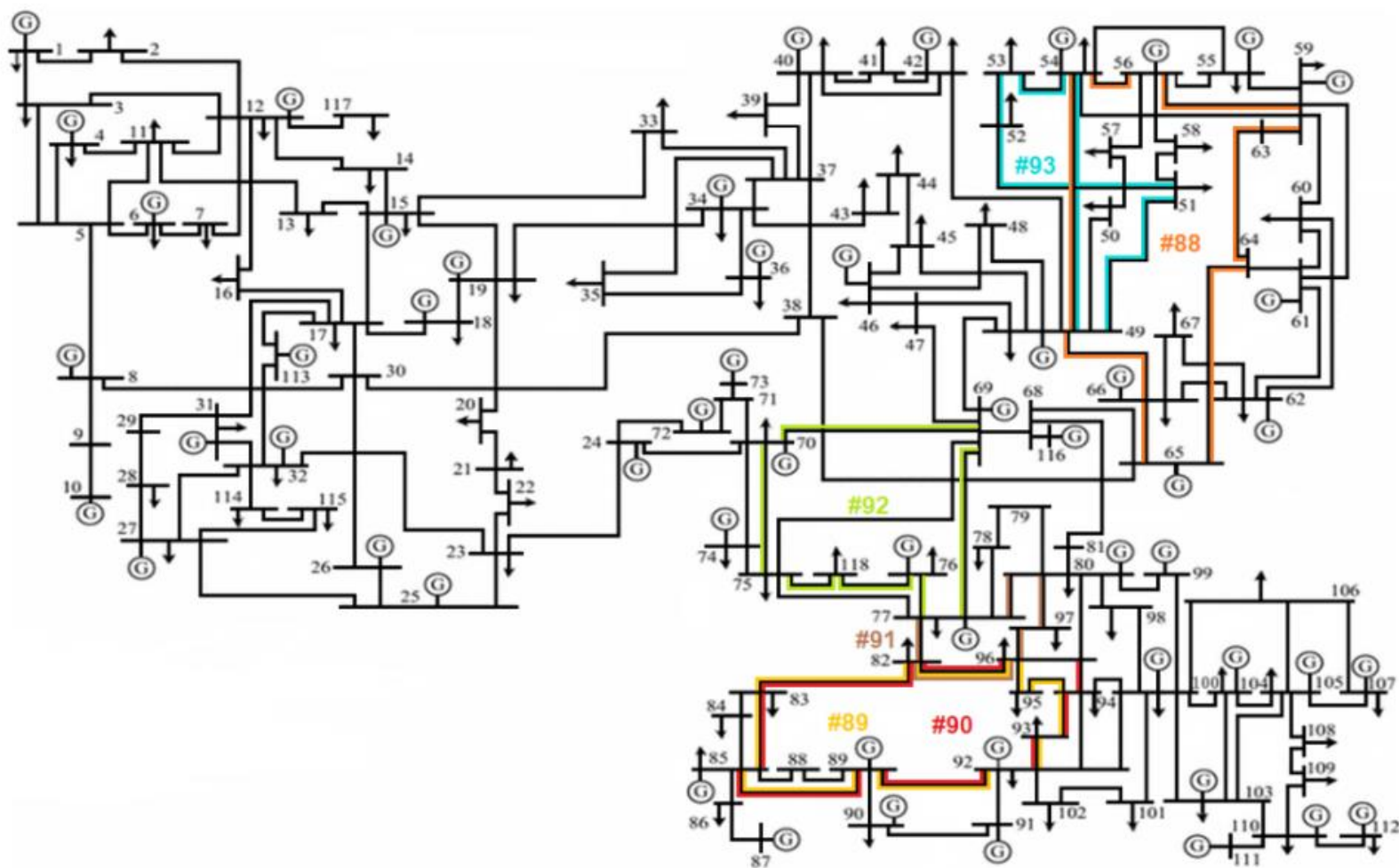


Figura 13. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso VI.

#### 4.1.2.7.Paso VII

Se ingresaron las trayectorias cerradas como restricciones del paso 6 al modelo en AMPL, se ejecutó y el resultado obtenido fue el siguiente.

Tabla 31. Corredores adicionados con el modelo.

<b>Inversión total 226.0644</b>	<b>Líneas instaladas</b>	
	3 – 5	1
	5 – 6	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	25 – 27	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	59 – 63	1
	63 – 64	1
	64 – 65	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	80 – 81	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1
	17 – 113	1

Tabla 32. Líneas a su límite de capacidad.

<b>Corredores nuevos</b>	
30	
<b>Corredores viejos</b>	
126	127
174	

Tabla 33. Restricciones o trayectorias cerradas creadas e ingresadas en AMPL

<b>ID</b>	<b>Corredor</b>	<b>Trayectoria Cerrada</b>	<b>F * X</b>
94	(82-83)	82-83-84-85-89-92-94-96-82	149,32
95	(23-24)	17-30-38-65-68-69-70-24-23-32-31-17	309,5
96	(77-82)	77-82-96-80-77	82.44



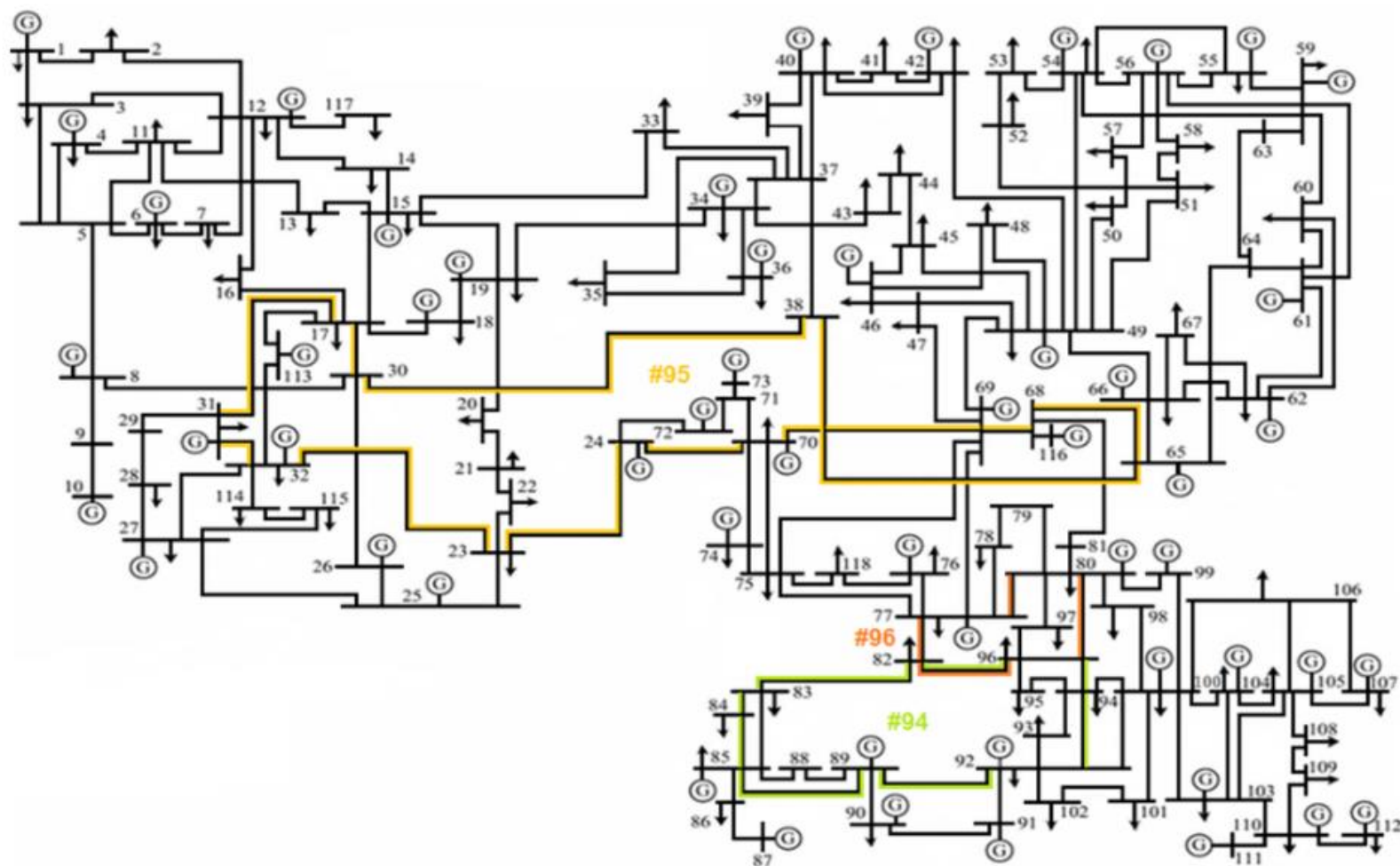


Figura 14. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras con ciclos para el Paso VII.

## Resultado final

Se ingresaron las trayectorias cerradas como restricciones del paso 7 al modelo en AMPL, se ejecutó y se obtuvo la solución óptima conocida para este problema de **226.0644** con un tiempo de **744.34** segundo y **239979.82 ticks**.

Cover cuts applied: 27

Implied bound cuts applied: 6

Flow cuts applied: 2

Mixed integer rounding cuts applied: 62

Zero-half cuts applied: 2

Lift and project cuts applied: 13

Gomory fractional cuts applied: 12

Tabla 34. Corredores adicionados con el modelo.

Inversión total 226.0644	Líneas instaladas	
	3 – 5	1
	5 – 6	1
	8 – 9	1
	5 – 8	1
	9 – 10	1
	15 – 17	1
	25 – 27	1
	17 – 30	1
	26 – 30	1
	23 – 32	1
	59 – 63	1
	63 – 64	1
	64 – 65	1
	77 – 78	1
	77 – 80	1
	80 – 81	1
	94 – 95	1
	80 – 99	3
	94 – 100	1
	98 – 100	1
	17 – 113	1

Además, el algoritmo paso a paso disyuntivo transporte mejorado, finaliza con las siguientes líneas a su valor máximo de capacidad.

Tabla 35. Corredores sobrecargados a su máxima capacidad

<b>Corredores viejos</b>	
30	126
127	174

Se observa que en el transcurso de los pasos permanecen corredores con el flujo de potencia a su máxima capacidad, como es el caso de los corredores 126, 127 y el corredor 110 debido a que este último es radial con lo cual limita la entrega de energía eléctrica al sistema, a causa de lo anterior permanece a su límite de capacidad, por lo tanto, se hace la observación de que son corredores críticos.

Tanto el modelo DC y el transporte mejorado entrega como resultado 21 tramos de circuitos instalados e igual inversión de 226.0644. es necesario recalcar que la solución obtenida por el modelo disyuntivo transporte mejorado tiene óptimos alternativos ya que presenta cambios en dos tramos líneas adicionadas.

Tabla 36. Resultados comparativos.

<b>MODELO LINEAL DISYUNTIVO DC</b>			<b>MODELO LINEAL DISYUNTIVO TRANSPORTE MEJORADO</b>		
Ticks	Tiempo (s)	Tiempo (min)	Ticks	Tiempo (s)	Tiempo (min)
--	<b>2568.39</b>	<b>42.8065</b>	<b>239979.82</b>	<b>744.34</b>	<b>12.4056</b>
<b>Mejora en tiempo del 71.02%</b>					

Se realizaron pruebas retirando lo ciclos críticos, para obtener los 64 ciclos obtenidos con la teoría de grafos, debido a que con el algoritmo paso a paso, se iban agregando ciclos nuevos con los circuitos que se mantenían a su límite de capacidad. Al final del proceso se finalizó con 96 ciclos, donde se fue retirando uno a la vez, y se volvía a ejecutar ampl, para así tener como resultado lo siguiente:

Tabla 37 .Resultados de ciclos críticos del sistema IEEE 118 barras

<b>Ciclo</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Tiempo (m)</b>	<b>Ticks</b>	<b>F.O</b>
1	953,66	15,89	273580.41	226,0644
2	587,52	9,79	195640.00	226,0644
3	1483,14	24,72	422201.73	226,0644
4	2350,36	39,17	671241.49	226,0644
5	2001,13	33,35	619763.22	226,0644
6	2008,83	33,48	627026.53	226,0644
7	1908,27	31,80	604548.13	226,0644

8	3902,15	65,04	1246532.60	226,0394
9	3279,49	54,66	974130.3	226,0394
10	2069,27	34,49	643800.89	226,0644
11	3226,64	53,78	1010740.85	226,0394
12	1636,69	27,28	527979.31	219,2494
13	2896,94	48,28	786374.53	226,0644
14	3351,83	55,86	1031198.33	226,0394
15	3334,47	55,57	938222.36	226,0644
16	3571,09	59,52	1122125.63	226,0644
17	2519,48	41,99	796176.65	226,0644
18	2972,50	49,54	796176.65	226,0644
19	3509,97	58,50	1069763.37	226,0644
20	3493,24	58,22	977457.85	226,0644
21	3313,56	55,23	932910.17	226,0644
22	2605,49	43,42	755088.12	208,3904
23	2374,22	39,57	758903.69	226,0644
24	2937,92	48,97	939965.15	226,0644
25	2457,13	40,95	781372.21	226,0644
26	2765	46,08	893761.29	226,0644
27	2556,26	42,60	837538.95	226,0644
28	2648,72	44,15	837538.95	226,0644
29	3345,88	55,76	907473.05	226,0644
30	3279,56	54,66	993921.43	226,0644
31	3678,94	61,32	913644.66	226,0644
32	5065,16	84,42	1344403.07	226,0644
33	4510,56	75,18	1116379.79	226,0644
34	31255,41	520,92	982045.46	226,0644
35	2859,06	47,65	865444.67	226,0644
36	3761,03	62,68	1005721.14	226,0644
37	7198,53	119,98	2344190.35	226,0394
38	3467,94	57,80	1063175.27	226,0644
39	1195,13	19,92	381877.50	215,1804
40	6826,08	113,77	1703741.50	226,0394
41	5702,19	95,04	1581205.39	226,0644
42	3737,05	62,28	1087173.87	226,0644
43	5917,09	98,62	1404931.87	226,0644
44	3514,22	58,57	1002113.00	226,0644
45	4628,81	77,15	1232011.9	226,0644
46	4313,03	71,88	978061.02	226,0394
47	1298,31	21,64	28442.86	219,2494
48	6534,88	108,91	1442702.90	226,0644

## Conclusiones

Se expone una propuesta para la reducción del espacio de solución generado por los modelos matemáticos de la literatura especializada para el problema del planeamiento de redes de transmisión mediante la inclusión de un nuevo conjunto de restricciones “desigualdades válidas” que ejecutan cortes sobre dicho espacio.

El análisis paso a paso de los sistemas de prueba, se realiza con la creación manual de ciclos críticos para la red base como conjunto de restricciones en el sistema de prueba sur brasileiro y el sistema IEEE 118. Los resultados obtenidos son satisfactorios, ya que se logró disminuir el tiempo de respuesta y el esfuerzo computacional, y se obtuvo la misma solución óptima del modelo DC.

Es necesario dejar y no retirar los ciclos críticos obtenidos en el proceso paso a paso del algoritmo matemático, con los cuales se obtuvieron las soluciones óptimas para ambos casos de prueba, donde el beneficio fue una mejora del 71.02% del tiempo y rendimiento computacional. Esto indica que la metodología Heurística empleada para el retiro de los ciclos no es la adecuada pese a que a la hora de resolver el problema del planeamiento de la expansión del sistema de transmisión fue muy satisfactorio, se puede mejorar mucho más el tiempo y el esfuerzo computacional *ticks*.

Una posible implementación de estas metodologías es la colaboración de un lenguaje de programación con el propósito de automatizar la creación de los ciclos críticos con cada uno de los circuitos que se encuentren en su límite de capacidad, esto con el fin de evitar la generación de ciclos innecesarios que puedan empeorar el tiempo y el esfuerzo computacional.

## Bibliografía

- Alguacil, N., Motto, A., & Conejo, A. (2003). Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- Caballero, J., & Alvarado, J. (2010). Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP), una alternativa valiosa en la minimización de la tardanza total ponderada en una máquina. *Proyecto de investigación*. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá.
- Escobar Vargas, L. M. (2018). Specialized models for the long-term transmission network expansion planning problem. *Tesis Doctoral*. Universidad Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brasil.
- Escobar, A., Gallego, R., & Romero, R. (2010). *Modelos usados en el planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión de energía eléctrica*. Pereira.
- Gallego, L. A., & Escobar Zuluaga, A. (2005). *Planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica considerando contingencias*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira Risaralda.
- Garver, L. L. (1970). Transmission Network Estimation Using Linear Programming. *IEEE*.
- Golestani, S. &. (2010). Transmission network expansion planning considering unit commitment problem simultaneously. *IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe*.
- Gomez Rojas, G. A. (s.f.). Algoritmos GRASP y simulated annealing como inicializadores de Branch and Bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión. *Tesis de Maestría en Ingeniería*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira Risaralda.
- Gómez, M. del S. (2018). Planeamiento de la expansión usando sistemas de almacenamiento de energía BESS. *Tesis de Maestría*. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.
- Huertas, E., Cerda, J., & Avalos, A. (2018). A Validation Method to Integrate Non Linear Non Convex Constraints into Linear Programs. *IEEE International Autumn Meeting on Power*.
- Jiménez, J., Arango, R., & Jiménez, L. (2016). Métodos de búsqueda usando los algoritmos de enjambre de partículas y genético. *Lámpsakos* , 60.

- Melchor, J. (2013). Planeamiento de la expansión de redes de transmisión involucrando restricciones especializadas. (*Trabajo de grado - Ingeniería*). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.
- Melián, B., & Glover, F. (s.f.). *Introducción a la Búsqueda Tabú*. Universidad de La Laguna, Santa Cruz de Tenerife.
- Monticelli, A., Santos, A., & Member, J. (1982). Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion. *IEEE Power Engineering Review* .
- Pai, A. N. (2002). Congestion Management in Restructured Power Systems Using an Optimal Power Flow Framework. *Power Systems Engineering Research Center*, 54.

## **Apéndice**

### **Datos de los sistemas de prueba**

- Sistema Sur Brasileiro de 46 Barras
- Sistema IEEE de 118 barras



## A.1 Sistema Sur Brasileiro de 46 Barras.

### Datos de barras del sistema Sur de Brasil de 46 barras

Barra	Tipo de barra	Generación (MW)	Carga (MW)
1	0	0.0	0.0
2	0	0.0	443.1
3	0	0.0	0.0
4	0	0.0	300.7
5	0	0.0	238.0
6	0	0.0	0.0
7	0	0.0	0.0
8	0	0.0	72.2
9	0	0.0	0.0
10	0	0.0	0.0
11	0	0.0	0.0
12	0	0.0	511.9
13	0	0.0	185.8
14	0	1257.0	0.0
15	0	0.0	0.0
16	0	2000.0	0.0
17	0	1050.0	0.0
18	0	0.0	0.0
19	0	1670.0	0.0
20	0	0.0	1091.2
21	0	0.0	0.0
22	0	0.0	81.9
23	0	0.0	458.1
24	0	0.0	478.2
25	0	0.0	0.0
26	0	0.0	231.9
27	0	220.0	0.0
28	0	800.0	0.0
29	0	0.0	0.0
30	0	0.0	0.0
31	0	700.0	0.0
32	0	500.0	0.0
33	0	0.0	229.1
34	0	748.0	0.0
35	0	0.0	216.0
36	0	0.0	90.1
37	0	300.0	0.0
38	0	0.0	216.0
39	0	600.0	0.0
40	0	0.0	262.1
41	0	0.0	0.0
42	0	0.0	1607.9
43	0	0.0	0.0
44	0	0.0	79.1
45	0	0.0	86.7
46	1	700.0	0.0

### Características de las líneas.

De	Para	Líneas existentes	Resistencia (p.u)	Capacidad (MW)	Costo 10 <sup>6</sup> dol.	# Max de Circuitos
1	7	1	0.0616	270.00	4349.00	5
1	2	2	0.1065	270.00	7076.00	5
4	9	1	0.0924	270.00	6217.00	5
5	9	1	0.1173	270.00	7732.00	5
5	8	1	0.1132	270.00	7480.00	5
7	8	1	0.1023	270.00	6823.00	5
4	5	2	0.0566	270.00	4046.00	5
2	5	2	0.0324	270.00	2581.00	5
8	13	1	0.1348	240.00	8793.00	5
9	14	2	0.1756	220.00	11267.00	5
12	14	2	0.0740	270.00	5106.00	5
14	18	2	0.1514	240.00	9803.00	5
13	18	1	0.1805	220.00	11570.00	5
13	20	1	0.1073	270.00	7126.00	5
18	20	1	0.1997	200.00	12732.00	5
19	21	1	0.0278	1500.00	32632.00	5
16	17	1	0.0078	2000.00	10505.00	5
17	19	1	0.0061	2000.00	8715.00	5
14	26	1	0.1614	220.00	10409.00	5
14	22	1	0.0840	270.00	5712.00	5
22	26	1	0.0790	270.00	5409.00	5
20	23	2	0.0932	270.00	6268.00	5
23	24	2	0.0774	270.00	5308.00	5
26	27	2	0.0832	270.00	5662.00	5
24	34	1	0.1647	220.00	10611.00	5
24	33	1	0.1448	240.00	9399.00	5
33	34	1	0.1265	270.00	8288.00	5
27	36	1	0.0915	270.00	6167.00	5
27	38	2	0.2080	200.00	13237.00	5
36	37	1	0.1057	270.00	7025.00	5
34	35	2	0.0491	270.00	3591.00	5
35	38	1	0.1980	200.00	12631.00	5
37	39	1	0.0283	270.00	2329.00	5
37	40	1	0.1281	270.00	8389.00	5
37	42	1	0.2105	200.00	13388.00	5
39	42	3	0.2030	200.00	12934.00	5
40	42	1	0.0932	270.00	6268.00	5
38	42	3	0.0907	270.00	6116.00	5
32	43	1	0.0309	1400.00	35957.00	5

42	44	1	0.1206	270.00	7934.00	5
44	45	1	0.1864	200.00	11924.00	5
19	32	1	0.0195	1800.00	23423.00	5
19	46	1	0.0222	1800.00	26365.00	5
16	46	1	0.0203	1800.00	24319.00	5
18	19	1	0.0125	600.00	8178.00	5
20	21	1	0.0125	600.00	8178.00	5
42	43	1	0.0125	600.00	8178.00	5
2	4	0	0.0882	270.00	5965.00	5
14	15	0	0.0374	270.00	2884.00	5
10	46	0	0.0081	2000.00	10889.00	5
4	11	0	0.2246	240.00	14247.00	5
5	11	0	0.0915	270.00	6167.00	5
6	46	0	0.0128	2000.00	16005.00	5
3	46	0	0.0203	1800.00	24319.00	5
16	28	0	0.0222	1800.00	26365.00	5
16	32	0	0.0311	1400.00	36213.00	5
17	32	0	0.0232	1700.00	27516.00	5
19	25	0	0.0325	1400.00	37748.00	5
21	25	0	0.0174	2000.00	21121.00	5
25	32	0	0.0319	1400.00	37109.00	5
31	32	0	0.0046	2000.00	7052.00	5
28	31	0	0.0053	2000.00	7819.00	5
28	30	0	0.0058	2000.00	8331.00	5
27	29	0	0.0998	270.00	6672.00	5
26	29	0	0.0541	270.00	3894.00	5
28	41	0	0.0339	1300.00	39283.00	5
28	43	0	0.0406	1200.00	46701.00	5
31	41	0	0.0278	1500.00	32632.00	5
32	41	0	0.0309	1400.00	35957.00	5
41	43	0	0.0139	2000.00	17284.00	5
40	45	0	0.2205	180.00	13994.00	5
15	16	0	0.0125	600.00	8178.00	5
11	46	0	0.0125	600.00	8178.00	5
24	25	0	0.0125	600.00	8178.00	5
29	30	0	0.0125	600.00	8178.00	5
40	41	0	0.0125	600.00	8178.00	5
2	3	0	0.0125	600.00	8178.00	5
5	6	0	0.0125	600.00	8178.00	5
9	10	0	0.0125	600.00	8178.00	5

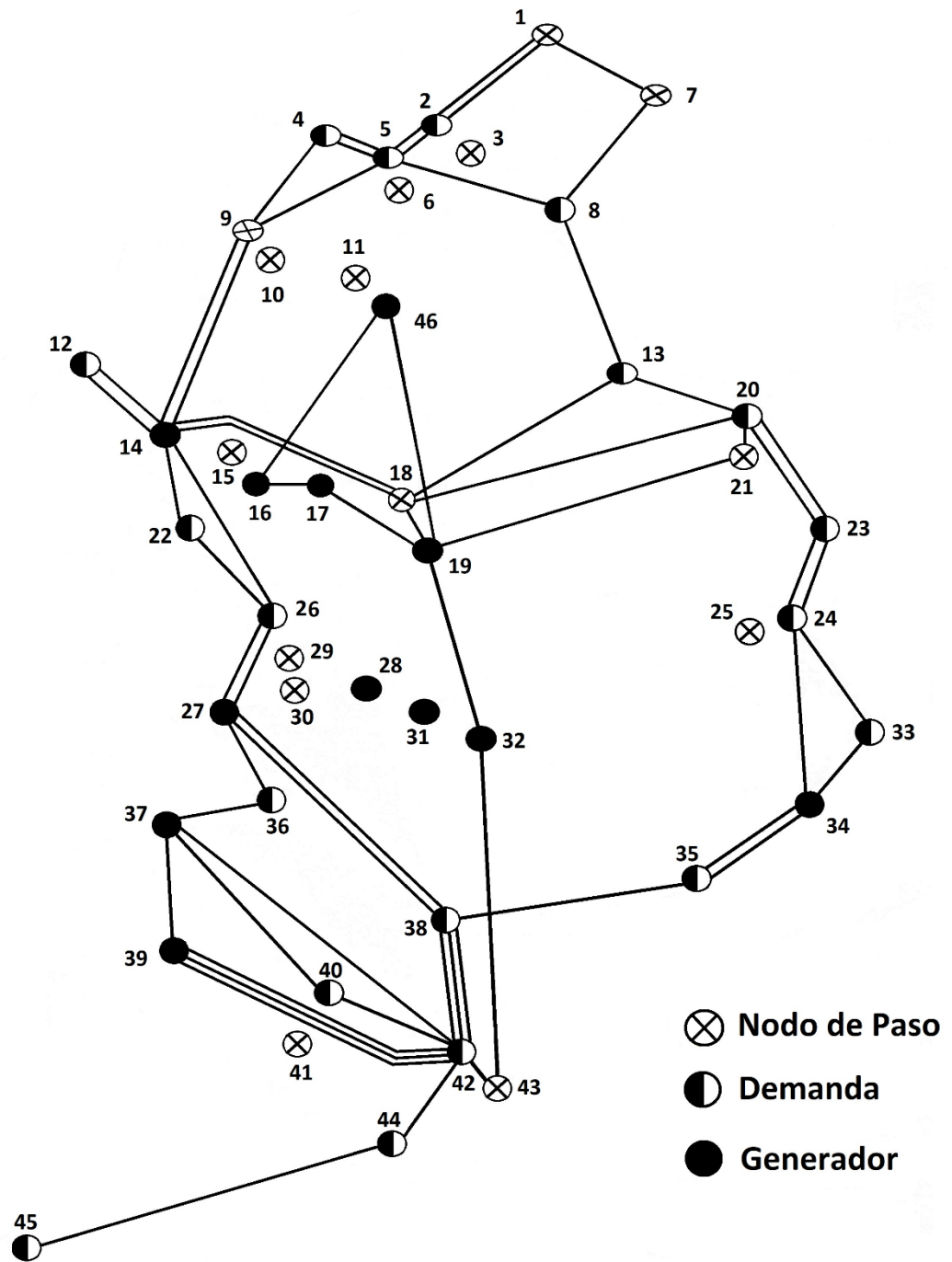


Figura A.1 Sistema Sur Brasileiro de 46 barras

## A.2 Sistema de prueba IEEE 118 barras.

### Datos de barras del sistema de IEEE de 24 barras

Barra	Tipo de barra	Generación (MW)	Carga (MW)
1	0	54.14	0
2	0	21.23	0
3	0	41.4	0
4	0	31.85	30
5	0	0	0
6	0	55.2	30
7	0	20.17	0
8	0	0	30
9	0	0	0
10	0	0	300
11	0	74.31	0
12	0	49.89	300
13	0	36.09	0
14	0	14.86	0
15	0	95.54	30
16	0	26.54	0
17	0	11.68	0
18	0	63.69	100
19	0	47.77	30
20	0	19.11	0
21	0	14.86	0
22	0	10.62	0
23	0	7.43	0
24	0	0	30
25	0	0	300
26	0	0	350
27	0	65.82	30
28	0	18.05	0
29	0	25.48	0
30	0	0	0
31	0	45.65	30
32	0	62.63	100
33	0	24.42	0
34	0	62.63	30
35	0	35.03	0

36	0	32.91	100
37	0	0	0
38	0	0	0
39	0	27	0
40	0	20	30
41	0	37	0
42	0	37	30
43	0	18	0
44	0	16	0
45	0	53	0
46	0	28	100
47	0	34	0
48	0	20	0
49	0	87	250
50	0	17	0
51	0	17	0
52	0	18	0
53	0	23	0
54	0	113	250
55	0	63	100
56	0	84	100
57	0	12	0
58	0	12	0
59	0	277	200
60	0	78	0
61	0	0	200
62	0	77	100
63	0	0	0
64	0	0	0
65	1	0	420
66	0	39	420
67	0	28	0
68	0	0	0
69	0	0	300
70	0	66	80
71	0	0	0
72	0	0	30
73	0	0	30
74	0	68	20
75	0	47	0
76	0	68	100
77	0	61	100
78	0	71	0

79	0	39	0
80	0	130	300
81	0	0	0
82	0	54	100
83	0	20	0
84	0	11	0
85	0	24	30
86	0	21	0
87	0	0	300
88	0	48	0
89	0	0	200
90	0	78	20
91	0	0	50
92	0	65	300
93	0	12	0
94	0	30	0
95	0	42	0
96	0	38	0
97	0	15	0
98	0	34	0
99	0	0	300
100	0	37	300
101	0	22	0
102	0	5	0
103	0	23	20
104	0	38	100
105	0	31	100
106	0	43	0
107	0	28	20
108	0	2	0
109	0	8	0
110	0	39	50
111	0	0	100
112	0	25	100
113	0	0	100
114	0	8.49	0
115	0	23.35	0
116	0	0	50
117	0	21.23	0
118	0	33	0

### Características de las líneas.

Corredor	De	Para	Capacidad (p.u)	Reactancia (p.u)	Costo	Línea existente	# Max de Circuitos
1	1	2	175	0.0999	13.605	1	5
2	1	3	175	0.0424	13.605	1	5
3	4	5	500	0.00798	6.815	1	5
4	3	5	175	0.108	13.605	1	5
5	5	6	175	0.054	13.605	1	5
6	6	7	175	0.0208	13.605	1	5
7	8	9	500	0.0305	6.815	1	5
8	5	8	500	0.0267	6.815	1	5
9	9	10	500	0.0322	6.815	1	5
10	4	11	175	0.0688	13.605	1	5
11	5	11	175	0.0682	13.605	1	5
12	11	12	175	0.0196	13.605	1	5
13	2	12	175	0.0616	13.605	1	5
14	3	12	175	0.16	13.605	1	5
15	7	12	175	0.034	13.605	1	5
16	11	13	175	0.0731	13.605	1	5
17	12	14	175	0.0707	13.605	1	5
18	13	15	175	0.2444	13.605	1	5
19	14	15	175	0.195	13.605	1	5
20	12	16	175	0.0834	13.605	1	5
21	15	17	500	0.0437	6.815	1	5
22	16	17	175	0.1801	13.605	1	5
23	17	18	175	0.0505	13.605	1	5
24	18	19	175	0.0493	13.605	1	5
25	19	20	175	0.117	13.605	1	5
26	15	19	175	0.0394	13.605	1	5
27	20	21	175	0.0849	13.605	1	5
28	21	22	175	0.097	13.605	1	5
29	22	23	175	0.159	13.605	1	5
30	23	24	175	0.0492	13.605	1	5
31	23	25	500	0.08	6.815	1	5
32	25	26	500	0.0382	6.815	1	5
33	25	27	500	0.163	6.815	1	5
34	27	28	175	0.0855	13.605	1	5
35	28	29	175	0.0943	13.605	1	5
36	17	30	500	0.0388	6.815	1	5
37	8	30	175	0.0504	13.605	1	5
38	26	30	500	0.086	6.815	1	5



39	17	31	175	0.1563	13.605	1	5
40	29	31	175	0.0331	13.605	1	5
41	23	32	140	0.1153	10.884	1	5
42	31	32	175	0.0985	13.605	1	5
43	27	32	175	0.0755	13.605	1	5
44	15	33	175	0.1244	13.605	1	5
45	19	34	175	0.247	13.605	1	5
46	35	36	175	0.0102	13.605	1	5
47	35	37	175	0.0497	13.605	1	5
48	33	37	175	0.142	13.605	1	5
49	34	36	175	0.0268	13.605	1	5
50	34	37	500	0.0094	6.815	1	5
51	37	38	500	0.0375	6.815	1	5
52	37	39	175	0.106	13.605	1	5
53	37	40	175	0.168	13.605	1	5
54	30	38	175	0.054	13.605	1	5
55	39	40	175	0.0605	13.605	1	5
56	40	41	175	0.0487	13.605	1	5
57	40	42	175	0.183	13.605	1	5
58	41	42	175	0.135	13.605	1	5
59	43	44	175	0.2454	13.605	1	5
60	34	43	175	0.1681	13.605	1	5
61	44	45	175	0.0901	13.605	1	5
62	45	46	175	0.1356	13.605	1	5
63	46	47	175	0.127	13.605	1	5
64	46	48	175	0.189	13.605	1	5
65	47	49	175	0.0625	13.605	1	5
66	42	49	175	0.323	13.605	3	5
67	45	49	175	0.186	13.605	1	5
68	48	49	175	0.0505	13.605	1	5
69	49	50	175	0.0752	13.605	1	5
70	49	51	175	0.137	13.605	1	5
71	51	52	175	0.0588	13.605	1	5
72	52	53	175	0.1635	13.605	1	5
73	53	54	175	0.122	13.605	1	5
74	49	54	175	0.289	13.605	1	5
75	49	54	175	0.291	13.605	2	5
76	54	55	175	0.0707	13.605	1	5
77	54	56	175	0.00955	13.605	1	5
78	55	56	175	0.0151	13.605	1	5
79	56	57	175	0.0966	13.605	1	5

80	50	57	175	0.134	13.605	1	5
81	56	58	175	0.0966	13.605	1	5
82	51	58	175	0.0719	13.605	1	5
83	54	59	175	0.2293	13.605	1	5
84	56	59	175	0.251	13.605	1	5
85	56	59	175	0.239	13.605	2	5
86	55	59	175	0.2158	13.605	1	5
87	59	60	175	0.145	13.605	1	5
88	59	61	175	0.15	13.605	1	5
89	60	61	500	0.0135	6.815	1	5
90	60	62	175	0.0561	13.605	1	5
91	61	62	175	0.0376	13.605	1	5
92	59	63	500	0.0386	6.815	1	5
93	63	64	500	0.02	6.815	1	5
94	61	64	500	0.0268	6.815	1	5
95	38	65	500	0.0986	6.815	1	5
96	64	65	500	0.0302	6.815	1	5
97	49	66	500	0.0919	6.815	3	5
98	62	66	175	0.218	13.605	1	5
99	62	67	175	0.117	13.605	1	5
100	65	66	500	0.037	6.815	1	5
101	66	67	175	0.1015	13.605	1	5
102	65	68	500	0.016	6.815	1	5
103	47	69	175	0.2778	13.605	1	5
104	49	69	175	0.324	13.605	1	5
105	68	69	500	0.037	6.815	1	5
106	69	70	500	0.127	6.815	1	5
107	24	70	175	0.4115	13.605	1	5
108	70	71	175	0.0355	13.605	1	5
109	24	72	175	0.196	13.605	1	5
110	71	72	175	0.18	13.605	1	5
111	71	73	175	0.0454	13.605	1	5
112	70	74	175	0.1323	13.605	1	5
113	70	75	175	0.141	13.605	1	5
114	69	75	500	0.122	6.815	1	5
115	74	75	175	0.0406	13.605	1	5
116	76	77	175	0.148	13.605	1	5
117	69	77	175	0.101	13.605	1	5
118	75	77	175	0.1999	13.605	1	5
119	77	78	175	0.0124	13.605	1	5
120	78	79	175	0.0244	13.605	1	5

121	77	80	500	0.0485	6.815	1	5
122	77	80	500	0.105	6.815	2	5
123	79	80	175	0.0704	13.605	1	5
124	68	81	500	0.0202	6.815	1	5
125	80	81	500	0.037	6.815	1	5
126	77	82	200	0.0853	127.218	1	5
127	82	83	200	0.03665	127.218	1	5
128	83	84	175	0.132	13.605	1	5
129	83	85	175	0.148	13.605	1	5
130	84	85	175	0.0641	13.605	1	5
131	85	86	500	0.123	6.815	1	5
132	86	87	500	0.2074	6.815	1	5
133	85	88	175	0.102	13.605	1	5
134	85	89	175	0.173	13.605	1	5
135	88	89	500	0.0712	6.815	1	5
136	89	90	500	0.188	6.815	1	5
137	89	90	500	0.0997	6.815	2	5
138	90	91	175	0.0836	13.605	1	5
139	89	92	500	0.0505	6.815	1	5
140	89	92	500	0.1581	6.815	2	5
141	91	92	175	0.1272	13.605	1	5
142	92	93	175	0.0848	13.605	1	5
143	92	94	175	0.158	13.605	1	5
144	93	94	175	0.0732	13.605	1	5
145	94	95	175	0.0434	13.605	1	5
146	80	96	175	0.182	13.605	1	5
147	82	96	175	0.053	13.605	1	5
148	94	96	175	0.0869	13.605	1	5
149	80	97	175	0.0934	13.605	1	5
150	80	98	175	0.108	13.605	1	5
151	80	99	200	0.206	127.218	1	5
152	92	100	175	0.295	13.605	1	5
153	94	100	175	0.058	13.605	1	5
154	95	96	175	0.0547	13.605	1	5
155	96	97	175	0.0885	13.605	1	5
156	98	100	175	0.179	13.605	1	5
157	99	100	175	0.0813	13.605	1	5
158	100	101	175	0.1262	13.605	1	5
159	92	102	175	0.0559	13.605	1	5
160	101	102	175	0.112	13.605	1	5
161	100	103	500	0.0525	6.815	1	5

162	100	104	175	0.204	13.605	1	5
163	103	104	175	0.1584	13.605	1	5
164	103	105	175	0.1625	13.605	1	5
165	100	106	175	0.229	13.605	1	5
166	104	105	175	0.0378	13.605	1	5
167	105	106	175	0.0547	13.605	1	5
168	105	107	175	0.183	13.605	1	5
169	105	108	175	0.0703	13.605	1	5
170	106	107	175	0.183	13.605	1	5
171	108	109	175	0.0288	13.605	1	5
172	103	110	175	0.1813	13.605	1	5
173	109	110	175	0.0762	13.605	1	5
174	110	111	175	0.0755	13.605	1	5
175	110	112	175	0.064	13.605	1	5
176	17	113	175	0.0301	13.605	1	5
177	32	113	500	0.203	6.815	1	5
178	32	114	175	0.0612	13.605	1	5
179	27	115	175	0.0741	13.605	1	5
180	114	115	175	0.0104	13.605	1	5
181	68	116	500	0.00405	6.815	1	5
182	12	117	175	0.14	13.605	1	5
183	75	118	175	0.0481	13.605	1	5
184	76	118	175	0.0544	13.605	1	5

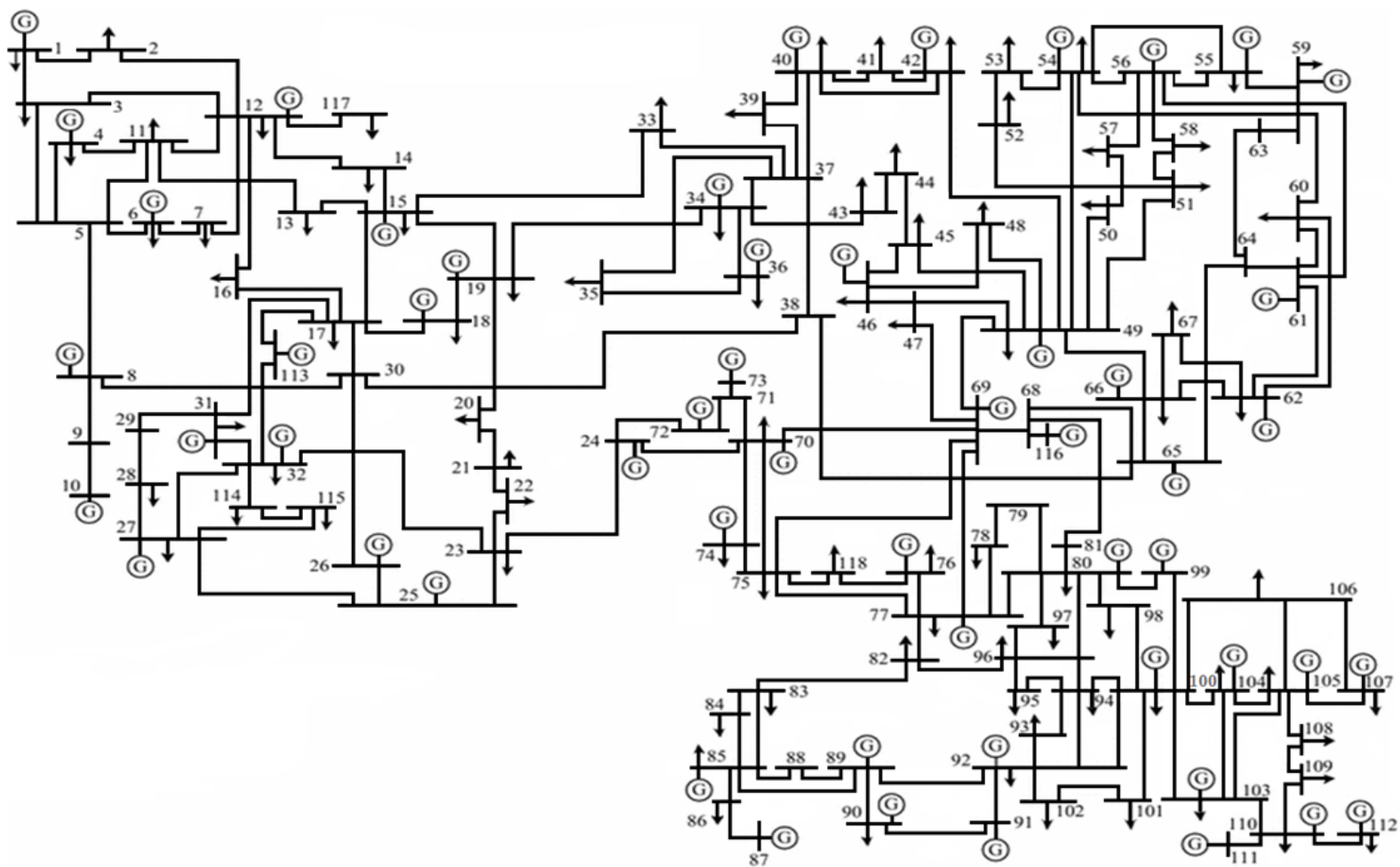


Figura A.2. Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 118 barras.